

수학 영역

홀수형

성명	
----	--

수험 번호						—				
-------	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

이윤이 만드는 이윤

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

○ 공통과목 1~8쪽

○ 선택과목

확률과 통계 9~12쪽

미적분 13~16쪽

기하 17~20쪽

※ 시험이 시작되기 전에 표지를 넘기지 마시오

이윤 수학 연구소

출제진	윤찬영 공통(수학 II) · 확률과 통계 · 미적분 출제 윤수찬 공통(수학 I · 수학 II) · 기하 출제
강사 검토진	김지형 (대치 예선편원) 서수진 (대치 다원교육) 유성진 (건국대 축산식품생명공학과) 이상현 (중계 명인학원)
정규 검토진	강대현 (충북대 의예과) 김의현 (KAIST 조천식모빌리티대학원) 이종우 (서울대 치의학과)
학생 검토진	나현빈 (서울대 사회교육과) 박건 (홍익대 도시공학과) 박연준 (단국대 약학과) 서원준 (연세대 화공생명공학부) 송기연 (한양대 전기생체공학부) 이상엽 (한국외대 전자물리학과) 정준영 (POSTECH 무은재학부) 정호영 (가천대 의예과) 최우진 (한양대 컴퓨터소프트웨어학부) 황지현 (고려대 신소재공학부)
디자인	홍채연 (홍익대 영상·애니메이션학부)

<https://2yun.co.kr>

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{2}{3}} \times 3^2$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

2. 함수 $f(x)=x^3-4x^2+5$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)-f(2-h)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_3 + a_7 = 20, \quad a_6 - a_2 = 8$$

을 만족시킬 때, a_{10} 의 값은? [3점]

- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{\sqrt{x+2} - 2}$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

5. 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2x+1 & (x < 1) \\ 3x^2 & (x \geq 1) \end{cases}$$

에 대하여 $\int_0^2 f(x)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

6. 곡선 $y=x^3-3x^2+2x+5$ 위의 점 (2, 5)에서의 접선의 y 절편은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 시각 $t=0$ 일 때 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의
시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t)=3t^2-12t+9$$

이다. 출발한 후 점 P의 운동 방향이 처음으로 바뀌는
시각에서의 점 P의 가속도는? [3점]

- ① -12 ② -9 ③ -6 ④ -3 ⑤ 0

8. $0 < x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $2\sin^2 x + 3\cos x = 3$ 의 모든 실근의 합은? [3점]

- ① $\frac{2}{3}\pi$ ② π ③ $\frac{4}{3}\pi$ ④ $\frac{5}{3}\pi$ ⑤ 2π

9. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_2 a_4 = 36, \quad \sum_{k=1}^4 a_k = 5(a_1 + a_2)$$

을 만족시킬 때, a_6 의 값은? [4점]

- ① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

10. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x-1} & (x \neq 1) \\ 5 & (x = 1) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 24 ② 26 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32

11. 1보다 큰 상수 a 에 대하여 두 곡선 $y=a^x$, $y=a^{-x+4}$ 이 만나는 점을 A라 하자. 곡선 $y=a^x$ 이 y 축과 만나는 점을 B, 곡선 $y=a^{-x+4}$ 이 y 축과 만나는 점을 C라 할 때, 삼각형 ABC의 넓이가 24이다. a 의 값은? [4점]

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

12. 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x)=x^3+ax^2+6x$$

라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 두 부분의 넓이를 왼쪽부터 차례로 S_1 , S_2 라 할 때,

$$5S_1=32S_2, \quad 32(S_1-S_2)=27\int_0^2 f(x)dx$$

이다. a 의 값은? [4점]

- ① $-4\sqrt{2}$ ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ $4\sqrt{2}$

13. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=1$, $a_2=4$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2}=3a_{n+1}-2a_n$$

을 만족시킨다. a_9 의 값은? [4점]

- ① 764 ② 765 ③ 766 ④ 767 ⑤ 768

14. 사각형 ABCD가

$$\overline{AB}=3, \overline{BC}=8, \overline{CD}=5, \angle ABC=\frac{\pi}{3}$$

을 만족시킨다. 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이와 삼각형 ACD의 외접원의 반지름의 길이가 서로 같을 때, 삼각형 ACD의 넓이는? (단, $\overline{AD}<\overline{CD}$ 이다.) [4점]

- ① $3\sqrt{3}$ ② $\frac{15\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{9\sqrt{3}}{2}$
④ $6\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{15\sqrt{3}}{2}$

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여
함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=\left|\int_0^x|f'(t)|dt\right|-|f(x)-f(0)|$$

라 하자. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(x)=0$ 을 만족시키는 모든 실수 x 의 집합은
닫힌구간 $[-1, 2]$ 이다.

(나) $\int_{-1}^2 f(x) dx = \frac{3}{4}$

$f(3)$ 의 값은? [4점]

- ① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 2

단답형

16. 두 양수 a , b 에 대하여 함수 $f(x)=a\sin bx+1$ 의 최댓값이
5이고 주기가 $\frac{\pi}{3}$ 일 때, $a\times b$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 의 도함수가 $f'(x)=3x^2-4x+1$ 이고 $f(0)=2$ 일
때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 부등식 $\log_3(x-1)+\log_3(x+5)\leq 3$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]

19. 곡선 $y=x^2-2x$ 와 직선 $y=2x+a$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 36일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

20. 1보다 큰 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)=\log_a(x-1)+2$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 가 서로 다른 두 점에서 만나고, 그 두 점 사이의 거리가 $2\sqrt{2}$ 이다. 다음은 a 의 값을 구하는 과정이다. [4점]

함수 $f(x)$ 는 증가함수이므로
두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 교점은 모두
직선 $y=x$ 위에 있다.
따라서 x 에 대한 방정식
$$\log_a(x-1)+2=x$$

즉, $a^{x-2}=x-1$
의 서로 다른 두 실근을 α , β ($\alpha<\beta$)라 하면
두 교점의 좌표는 각각 (α, α) , (β, β) 이다.
이때, $x=\square$ (가) 는 a 의 값에 관계없이 항상 주어진
방정식의 해이다.

두 교점 사이의 거리가 $2\sqrt{2}$ 이므로

$$\beta-\alpha=\square$$
 (나)

이다.

$t=x-2$ 로 놓으면

$$a^t=t+1$$

이고 $a>1$ 이므로 곡선 $y=a^t$ 과 직선 $y=t+1$ 은 두 점
 $(0, 1)$, (t_0, t_0+1) 에서 만난다.

이때, $|t_0|=\square$ (나) 이고, $t_0<0$ 이면 $a^{t_0}=t_0+1<0$ 이
되어 조건을 만족시키지 않으므로 $t_0>0$ 이다.

따라서

$$a^{\square}=\square+1$$

에서 $a=\square$ (다) 이다.

위 과정에서 (가), (나)에 알맞은 수를 각각 p , q 라 하고
(다)에 알맞은 수를 r 라 할 때, $p\times q\times r^2$ 의 값을 구하시오.

[4점]

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다. [4점]

- (가) 방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.
 (나) 방정식

$$f(x+1)-f(x)=\frac{f(x)-f(3-x)}{2x-3} \quad \left(x \neq \frac{3}{2}\right)$$

의 서로 다른 모든 실근의 합은 3이다.

- (다) 함수 $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 차는 4이다.

$|f(0)|=2$ 일 때, $f(7)$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. $a_1 > 0$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$(a_{n+1}-a_n-2n-3)(a_{n+1}-a_n-3n+4)=0$$

을 만족시킨다. $a_7=54$ 일 때, 가능한 모든 a_1 의 값의 합을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 『선택과목(확률과 통계)』 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. ${}_8C_2$ 의 값은? [2점]

- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

24. 한 개의 주사위를 두 번 던져 나온 눈의 수를 차례로

 a, b 라 하자. $a+b$ 가 4의 배수이거나 $a \times b$ 가 홀수일 확률은?

[3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{13}{36}$ ③ $\frac{7}{18}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

25. 빨간 공 4개와 파란 공 2개가 들어 있는 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낸다. 꺼낸 2개의 공 중에서 적어도 한 개가 빨간 공일 때, 꺼낸 2개의 공이 모두 빨간 공일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{3}{7}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

26. 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적힌 4장의 카드 중에서 임의로 한 장의 카드를 꺼내어 적힌 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 한다. 이 시행을 2번 반복하여 확인한 두 수의 차의 절댓값을 확률변수 X 라 할 때, $E(X)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

27. 정규분포 $N(m, 15^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 n 인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 이용하여 얻은 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이

$$77.06 \leq m \leq 82.94$$

일 때, n 의 값은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 64 ② 81 ③ 100 ④ 121 ⑤ 144

28. 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적힌 8장의 카드 중에서 임의로 3장의 카드를 동시에 꺼낸다. 꺼낸 3장의 카드에 적힌 세 수의 합이 짝수일 때, 세 수의 곱이 12의 배수일 확률은? [4점]

- ① $\frac{9}{28}$ ② $\frac{5}{14}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{11}{28}$ ⑤ $\frac{3}{7}$

단답형

29. 확률변수 X 가 이항분포 $B(n, p)$ 를 따르고

$$P(X=1)=P(X=2), E((3X-5)^2)=10$$

을 만족시킨다. a 와 b 가 서로소인 자연수이고 $p=\frac{a}{b}$ 일 때, $n+a+b$ 의 값을 구하시오. (단, $n\geq 2$ 이고 $0<p<1$ 이다.)
[4점]

30. 숫자 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4가 하나씩 적힌 8장의 카드 중에서 6장을 택하여 일렬로 나열한다. 나열된 카드에 적힌 수를 왼쪽부터 차례로 읽어 만들 수 있는 모든 여섯 자리 자연수 중 다음 두 조건을 모두 만족시키는 자연수의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) 각 자리의 수의 합은 15이다.
(나) 이웃한 두 자리의 수는 서로 다르다.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 3^n}{2^n + 3^{n+1}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

24. $\int_0^1 x e^{x^2} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{e-1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{e-1}{2}$ ④ $\frac{e}{2}$ ⑤ $e-1$

25. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x=t+\frac{1}{t}, \quad y=t-\frac{1}{t} \quad (t>0)$$

에서 $t=2$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{5}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

26. 첫째항이 a 이고 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 6, \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 = 12$$

일 때, a 의 값은? (단, $a \neq 0$ 이다.) [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

27. 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능한 함수 $f(x)$ 가

$f(1)=2, f(2)=3, f'(1)=3, f'(2)=2$

를 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)g(5-x)-2}{x-2}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$
- ② $\frac{1}{4}$
- ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{1}{2}$
- ⑤ $\frac{2}{3}$

28. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$ 와
두 상수 a, b 가 모든 실수 x 에 대하여

$((f(x))^2+1)e^{f(x)}=1+\int_0^x (t^2+at+b)e^t dt$

를 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 의 치역은 실수 전체의 집합이고
 $f''(0)=0, f'(0)>0$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

단답형

29. 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \int_0^\pi \left| \sin x - \sin \frac{n\pi}{2} \right| dx$$

라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{4n} k(a_k - a_{k+2})$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 와 두 실수 $a, b (a < b)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+|f(x)|)}{(e^x - e^a)(x-b)} & (x \neq a, x \neq b) \\ 0 & (x = a \text{ 또는 } x = b) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $e^{2a} + e^{2b}$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

(나) 함수 $g(x)$ 는 $x = a, x = b$ 에서 미분가능하고

$$g'(a) + g'(b) = \frac{(\ln 3)^2}{2} - \ln 3, \quad g'(a)g'(b) = -\frac{(\ln 3)^3}{2}$$

이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 『선택과목(기하)』 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선다형

23. 좌표공간의 두 점 $A(2, -1, 3)$, $B(-4, 5, 6)$ 에 대하여 선분 AB 를 2:1로 내분하는 점의 z 좌표는? [2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

24. 초점이 F 인 포물선 $y^2 = 8x$ 위의 점 P 에 대하여 $\overline{PF} = 7$ 일 때, 점 P 의 x 좌표는? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

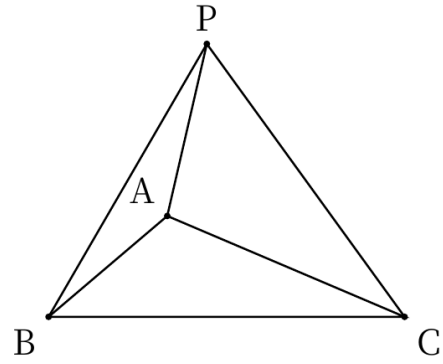
25. 두 벡터 $\vec{a} = (2, -1)$, $\vec{b} = (1, 3)$ 과 실수 t 에 대하여 $|\vec{a} + t\vec{b}|$ 의 최솟값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{10}}{2}$ ② $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ ③ $\frac{7\sqrt{10}}{10}$
 ④ $\frac{4\sqrt{10}}{5}$ ⑤ $\frac{9\sqrt{10}}{10}$

26. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정삼각형 ABC를 밑면으로 하고

$$\overline{PA} = \overline{PB} = \overline{PC} = 6$$

인 사면체 PABC가 있다. 삼각형 PBC의 평면 ABC 위로의 정사영의 넓이는? [3점]



- ① $3\sqrt{3}$ ② $\frac{7\sqrt{3}}{2}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

27. 쌍곡선 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 의 두 초점을 F, F'이라 하자.

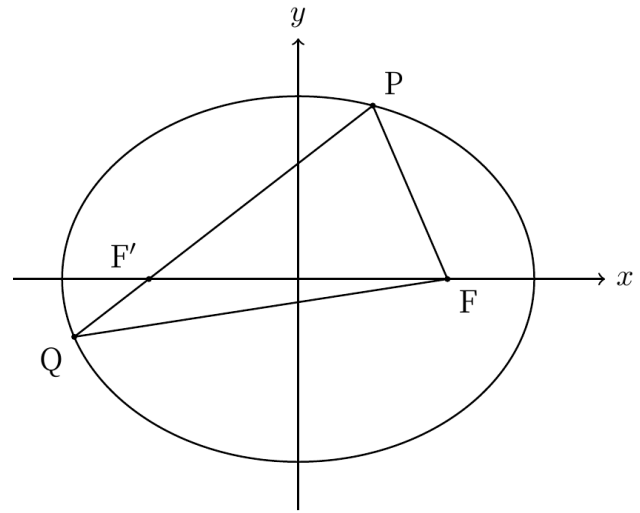
이 쌍곡선 위의 점 P가 $\overline{PF} \times \overline{PF'} = 32$ 를 만족시킬 때, 삼각형 PFF'의 넓이는? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

28. 그림과 같이 두 초점이 F, F'인 타원 위의 두 점 P, Q에 대하여 직선 PQ가 점 F'을 지나고

$$\overline{PF'} = 3\overline{QF'}, \quad \overline{QF} = \overline{PQ}$$

이다. 삼각형 PFQ의 둘레의 길이가 20일 때, 이 타원의 단축의 길이는? [4점]



- ① $2\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{13}$ ③ $2\sqrt{14}$ ④ $2\sqrt{15}$ ⑤ $4\sqrt{5}$

단답형

29. 평면 위에 $\overline{AB}=6$, $\overline{AC}=10$, $\angle BAC=\frac{\pi}{3}$ 인 삼각형 ABC 가 있다. 이 평면 위의 점 P가 $\overrightarrow{AP} \cdot (\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})=14$ 를 만족시키며 움직일 때, $\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{CP}$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

30. 좌표공간에 중심이 원점 O이고 반지름의 길이가 6인 구 S가 있다. 구 S 위의 세 점 A, B, C가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\angle AOB=\frac{\pi}{3}$ 이고 삼각형 ABC의 넓이는 $18\sqrt{2}$ 이다.
- (나) 평면 ABC 와 평면 OAB가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta=\frac{\sqrt{6}}{3}$ 이다.
- (다) $\overline{AC}<\overline{BC}$

$\overline{BC}^2-\overline{AC}^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오