

2027학년도 수능 대비 이운 모의고사 0회

정답 및 해설

공통과목 + 선택과목(확률과 통계·미적분·기하)

빠른 정답

공통과목 1 ~ 22

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
③	②	④	③	⑤	①	③	⑤	④	①	④	②	③	②	③	24	14	9	5	12	110	120

선택과목 (확률과 통계) 23 ~ 30

23	24	25	26	27	28	29	30
⑤	③	④	②	③	①	9	168

선택과목 (미적분) 23 ~ 30

23	24	25	26	27	28	29	30
②	③	⑤	④	①	③	8	10

선택과목 (기하) 23 ~ 30

23	24	25	26	27	28	29	30
③	②	③	①	⑤	④	17	36

예상 등급컷

선택과목	1등급	2등급	3등급	4등급
확률과 통계	95	88	80	71
미적분	92	84	76	67
기하	93	85	77	68

이윤 수학 연구소

출제진	윤찬영 공통(수학 II) · 확률과 통계 · 미적분 출제
	윤수찬 공통(수학 I · 수학 II) · 기하 출제
강사 검토진	김지형 (대치 세정학원 · 예성학원)
	서수진 (대치 다원교육)
	유성진 (건국대 축산식품생명공학과)
	이상현 (중계 명인학원)
정규 검토진	강대현 (충북대 의예과)
	김의현 (KAIST 조천식모빌리티대학원)
	이종우 (서울대 치의학과)
학생 검토진	나현빈 (서울대 사회교육과)
	박건 (홍익대 도시공학과)
	박연준 (단국대 약학과)
	박정수 (세종과학고)
	서원준 (연세대 화공생명공학부)
	송기연 (한양대 전기생체공학부)
	이상엽 (한국외대 전자물리학과)
	정준영 (POSTECH 무은재학부)
	정호영 (가천대 의예과)
	최우진 (한양대 컴퓨터소프트웨어학부)
	황지현 (고려대 신소재공학부)
디자인	이지수 (홍익대 디자인컨버전스학부)
	홍채연 (홍익대 영상·애니메이션학부)

<https://2yun.co.kr>

출제 방향

계산으로 시간을 빼앗는 문항 대신, 조건 하나를 제대로 읽으면 풀리는 문항으로 구성하는 것을 목표로 삼았다. 모든 문항의 해설에 그 문항이 어느 성취기준에 닿아 있는지를 「학습 목표」로 함께 적어 두었다. 교과서와 연계 교재, 그리고 기출문제 — 이 셋으로 열심히 공부한 수험생이라면 풀어낼 수 있는 문항들이다. 수능도 마찬가지다.

문항출처 표기 — 원 문항을 어떻게 다루었는지에 따라 마무리를 넷으로 나누어 적었다.

- **변형** — 원 문항의 구조를 그대로 두고 조건이나 대상을 바꾼 것
- **결합** — 두 기출의 발상을 하나로 합친 것
- **확장** — 원 문항의 구조에 한 단계를 더 얹은 것
- **응용** — 구조만 가져오고 묻는 방식을 새로 세운 것

공통과목

1. $\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{2}{3}} \times 3^{2\text{KEY1}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

정답 ③

문항출처 2027학년도 6월 평가원 공통 1번 (지수 계산) 변형

학습 목표 [수학 I] 지수법칙을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있다.

KEY 1 거듭제곱근과 유리수 지수 : 밑을 거듭제곱 꼴로 고쳐 지수끼리 곱한다.

INSIGHT $\frac{8}{27}$ 을 $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ 으로 본다. 밑을 고쳐 놓으면 지수의 곱셈으로 분수가 사라지고, 남은 3^2 은 그대로 곱하면 된다.

STEP 1. 밑을 거듭제곱 꼴로 고친다.

$$\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\left(\frac{2}{3}\right)^3\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \text{ 이다.}$$

STEP 2. 곱한다.

$$3^2 = 9 \text{ 이므로 구하는 값은 } \frac{4}{9} \times 9 = 4 \text{ 이다.}$$

2. 함수 $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5$ ^{INSIGHT}에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2-h)}{h} \text{ ^{KEY 2} }$$

의 값은? [2점]

- ① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

정답 ②

문항출처 2027학년도 6월 평가원 공통 2번 (미분계수) 변형

학습 목표 [수학Ⅱ] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.

KEY 1 미분계수의 뜻 : 평균변화율의 극한이면 곧 미분계수이다. 먼저 평균변화율의 극한인지부터 확인한다.

KEY 2 두 개로 쪼개기 : $\frac{f(2+h) - f(2-h)}{h}$ 는 $f(2)$ 를 기준으로 두 미분계수로 갈라진다.

INSIGHT 분자를 $f(2)$ 를 기준으로 둘로 가른다. 그대로 대입하면 $\frac{0}{0}$ 꼴이 된다.

STEP 1. 분자를 가른다.

$$\frac{f(2+h) - f(2)}{h} + \frac{f(2-h) - f(2)}{-h} \rightarrow 2f'(2) \text{ 이다.}$$

STEP 2. 값을 구한다.

$$f'(x) = 3x^2 - 8x \text{ 에서 } f'(2) = 12 - 16 = -4 \text{ 이므로 구하는 값은 } 2f'(2) = -8 \text{ 이다.}$$

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_3 + a_7 = 20^{\text{KEY 2}}, \quad a_6 - a_2 = 8^{\text{KEY 1}}$$

을 만족시킬 때, a_{10} 의 값은? ^{INSIGHT} [3점]

- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

정답 ④

문항출처 2027학년도 6월 평가원 공통 18번 (등차수열) · 3번 (수열의 합) 변형

학습 목표 [수학 I] 등차수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구할 수 있다.

KEY 1 공차 추출 : 두 항의 차는 항 번호의 차만큼 공차를 곱한 값이다. $a_6 - a_2 = 4d$

KEY 2 등차수열의 대칭 : 항 번호의 합이 같으면 항의 합도 같다.

INSIGHT 한 조건은 공차만, 다른 조건은 가운데 항만 준다. 첫째항은 구하지 않아도 된다.

STEP 1. 공차를 구한다.

$$a_6 - a_2 = 4d = 8 \text{ 이므로 } d = 2 \text{ 이다.}$$

STEP 2. 가운데 항을 구한다.

$$3 + 7 = 2 \times 5 \text{ 이므로 } a_3 + a_7 = 2a_5 = 20 \text{ 이고, } a_5 = 10 \text{ 이다.}$$

STEP 3. 구하는 값을 계산한다.

$$\text{구하는 값은 } a_{10} = a_5 + 5d = 10 + 5 \times 2 = 20 \text{ 이다.}$$

[다른 풀이] 첫째항과 공차로 연립한다

대칭을 못 보았다면 일반항에 그대로 대입해도 두 줄이면 끝난다.

STEP 1. 두 조건을 식으로 옮긴다.

$$a_n = a_1 + (n-1)d \text{ 이므로 } a_3 + a_7 = 2a_1 + 8d = 20 \text{ 이고, } a_6 - a_2 = 4d = 8 \text{ 이다.}$$

STEP 2. 연립한다.

$$d = 2 \text{ 를 첫 식에 넣으면 } 2a_1 + 16 = 20 \text{ 에서 } a_1 = 2 \text{ 이다.}$$

STEP 3. 구하는 값을 계산한다.

$$\text{구하는 값은 } a_{10} = 2 + 9 \times 2 = 20 \text{ 이다.}$$

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{\sqrt{x+2} - 2}$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

정답 ③

문항출처 2027학년도 6월 평가원 공통 4번 (함수의 극한) · 2026학년도 7월 교육청 공통 4번 변형

학습 목표 [수학Ⅱ] 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한값을 구할 수 있다.

KEY 1 $\frac{0}{0}$ 꼴의 극한 : 분자와 분모가 같은 인수를 갖는다. 그 인수를 찾아 약분한다.

KEY 2 유리화 : $\sqrt{x+2} - 2$ 꼴의 분모는 $\sqrt{x+2} + 2$ 를 곱해 없앤다.

INSIGHT 분자도 $x = 2$ 에서 0 이 된다. 분자를 인수분해해 두면 유리화한 뒤 $(x - 2)$ 가 한 번에 약분된다.

STEP 1. 분자를 인수분해한다.

$$x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1) \text{ 이다.}$$

STEP 2. 분모를 유리화한다.

$$\text{분자와 분모에 } \sqrt{x+2} + 2 \text{ 를 곱하면 } \frac{(x-2)(x+1)(\sqrt{x+2}+2)}{(x+2)-4} = (x+1)(\sqrt{x+2}+2) \text{ 이다.}$$

STEP 3. 극한값을 구한다.

$$x \rightarrow 2 \text{ 에서 구하는 값은 } 3 \times 4 = 12 \text{ 이다.}$$

5. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & (x < 1) \\ 3x^2 & (x \geq 1) \end{cases}$$

에 대하여 $\int_0^2 f(x) dx$ ^{KEY1}의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

정답 ⑤

문항출처 2027학년도 6월 평가원 공통 13번 (정적분과 넓이) 을 구간에 따라 다르게 정의된 함수로 확장

학습 목표 [수학Ⅱ] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.

KEY 1 구간에 따라 다르게 정의된 함수의 적분 : 정의가 갈리는 점에서 적분 구간을 나누어 더한다.

INSIGHT $x = 1$ 에서 두 식의 값이 모두 3 이라 f 는 연속이다. 식이 갈리는 점에서 구간을 나누어 더하면 된다.

STEP 1. 두 구간으로 나눈다.

$$\int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 (2x + 1) dx + \int_1^2 3x^2 dx \text{ 이고, } \int_0^1 (2x + 1) dx = [x^2 + x]_0^1 = 2$$

STEP 2. 나머지 구간을 적분한다.

$$\int_1^2 3x^2 dx = [x^3]_1^2 = 7 \text{ 이다.}$$

STEP 3. 더한다.

구하는 값은 $2 + 7 = 9$ 이다.

6. 곡선 $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 5$ 위의 ^{KEY1} 점 (2, 5) 에서의
접선^{KEY2}의 y 절편은? ^{INSIGHT} [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

정답 ①

문항출처 2027학년도 6월 평가원 공통 19번 (곡선 위의 점에서의 접선의 y 절편) 변형

학습 목표 [수학II] 접선의 방정식을 구할 수 있다.

KEY 1 접점이 주어졌는지 먼저 본다 : 곡선 위의 점이면 접점을 미지수로 둘 이유가 없다.

KEY 2 곡선 위의 점에서의 접선 : 점 (2, 5) 에서의 기울기가 $f'(2)$ 이므로 접선은 $y = f'(2)(x - 2) + 5$ 이다.

KEY 3 접한다는 뜻 : 연립하여 얻은 방정식이 그 점을 중근으로 갖는다.

INSIGHT 접점이 이미 주어졌다. 곡선 밖의 점에서 그은 접선처럼 접점을 미지수로 두고 풀 이유가 없고, 미분 계수 하나만 구하면 끝난다.

STEP 1. 접점을 확인한다.

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 5$ 라 하면 $f(2) = 5$ 이므로 점 (2, 5) 는 곡선 위의 점이다.

STEP 2. 기울기를 구한다.

$f'(x) = 3x^2 - 6x + 2$ 이므로 $f'(2) = 12 - 12 + 2 = 2$ 이다.

STEP 3. 접선을 쓰고 y 절편을 읽는다.

$y = 2(x - 2) + 5 = 2x + 1$ 이므로 구하는 값은 1 이다.

[다른 풀이] 중근 조건으로 기울기를 구한다

미분을 쓰지 않고 「접한다 = 중근을 갖는다」 만으로도 끝난다.

STEP 1. 접선을 미지수로 놓는다.

점 (2, 5) 를 지나는 직선을 $y = m(x - 2) + 5$ 라 하자.

STEP 2. 연립하여 중근 조건을 쓴다.

$x^3 - 3x^2 + 2x + 5 = m(x - 2) + 5$ 에서 $x^3 - 3x^2 + (2 - m)x + 2m = 0$ 이고, 이 방정식이 $x = 2$ 를 중근으로 가지므로 $x^3 - 3x^2 + (2 - m)x + 2m = (x - 2)^2(x + k)$ 로 놓을 수 있다.

STEP 3. 계수를 비교한다.

우변을 전개하면 $x^3 + (k - 4)x^2 + (4 - 4k)x + 4k$ 이므로 $k - 4 = -3$ 에서 $k = 1$ 이고, $4 - 4k = 2 - m$ 에서 $m = 2$ 이다. 따라서 접선은 $y = 2x + 1$ 이고 구하는 값은 1 이다.

7. 시각 $t = 0$ 일 때 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P
의 시각 t ($t \geq 0$) 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - 12t + 9^{\text{INSIGHT}}$$

이다. 출발한 후 점 P 의 운동 방향이 처음으로 바뀌는
시각^{KEY 1}에서의 점 P 의 가속도는? ^{KEY 2} [3점]

- ① -12 ② -9 ③ -6 ④ -3 ⑤ 0

정답 ③

문항출처 2027학년도 6월 평가원 공통 9번 (수직선 위의 운동) 변형

학습 목표 [수학Ⅱ] 속도와 가속도에 대한 문제를 해결할 수 있다.

KEY 1 운동 방향의 전환 : $v(t) = 0$ 이면서 v 의 부호가 바뀌는 시각이다. 부호가 안 바뀌면 방향도 안 바뀐다.

KEY 2 가속도 : 속도의 도함수이다. $a(t) = v'(t)$

INSIGHT v 를 인수분해하면 방향이 바뀌는 시각 두 개가 보인다. 묻는 것은 그중 처음 바뀌는 시각에서의 가속도이다.

STEP 1. 속도를 인수분해한다.

$$v(t) = 3(t^2 - 4t + 3) = 3(t-1)(t-3) \text{ 이다.}$$

STEP 2. 처음 방향이 바뀌는 시각을 찾는다.

$t = 1$ 에서 $+$ $\rightarrow$ $-$ 로 바뀐다.

STEP 3. 가속도를 구한다.

$$a(t) = 6t - 12 \text{ 이므로 구하는 값은 } a(1) = -6 \text{ 이다.}$$

8. $0 < x < 2\pi$ ^{KEY3} 일 때, 방정식

$$2\sin^2 x + 3\cos x = 3$$
^{KEY1}

의 모든 실근의 합은?^{INSIGHT} [3점]

- ① $\frac{2}{3}\pi$ ② π ③ $\frac{4}{3}\pi$ ④ $\frac{5}{3}\pi$ ⑤ 2π

정답 ⑤

문항출처 2027학년도 6월 평가원 공통 14번 (삼각방정식의 실근) · 6번 (삼각함수의 값) 변형

학습 목표 [수학 I] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다. — 삼각함수가 포함된 방정식과 부등식은 삼각함수의 그래프를 해석하거나 사인법칙과 코사인법칙을 활용하여 문제를 해결하는 과정에서 나타나는 간단한 경우만 다루되, 주어진 구간 안에서 해를 구하는 것만 다룬다.

KEY 1 삼각함수 사이의 관계 : $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ 로 한 삼각함수만 남긴다.

KEY 2 삼각방정식 : 하나로 통일한 뒤 이차방정식으로 본다.

KEY 3 양 끝의 포함 여부 : 양 끝이 포함되는지를 반드시 확인한다.

INSIGHT $\cos x = 1$ 이 근으로 나오지만 그 해 $x = 0, x = 2\pi$ 는 열린구간 밖이다. 방정식을 푸는 데서가 아니라 구간을 읽는 데서 걸린다.

STEP 1. $\cos x$ 에 대한 이차방정식으로 바꾼다.

$$2(1 - \cos^2 x) + 3\cos x - 3 = 0 \text{ 이므로 } 2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0 \text{ 이다.}$$

STEP 2. 인수분해한다.

$$(2\cos x - 1)(\cos x - 1) = 0 \text{ 이므로 } \cos x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } \cos x = 1 \text{ 이다.}$$

STEP 3. 구간 안의 해만 남긴다.

$$0 < x < 2\pi \text{ 에서 } \cos x = 1 \text{ 인 } x \text{ 는 없고, } \cos x = \frac{1}{2} \text{ 에서 } x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \text{ 이다.}$$

STEP 4. 합을 구한다.

$$\text{구하는 값은 } \frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{3} = 2\pi \text{ 이다.}$$

9. 모든 항이 양수인 ^{INSIGHT} 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\underline{a_2 a_4 = 36}^{\text{KEY 2}}, \quad \underline{\sum_{k=1}^4 a_k = 5(a_1 + a_2)}^{\text{KEY 1}}$$

을 만족시킬 때, a_6 의 값은? ^{KEY 3} [4점]

- ① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

정답 ④

문항출처 2027학년도 6월 평가원 공통 12번 (공비가 양수인 등비수열) 변형

학습 목표 [수학 I] 등비수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구할 수 있다.

KEY 1 네 항의 합을 묶는다 : 공비가 드러나도록 묶는다. $\sum_{k=1}^4 a_k = (a_1 + a_2)(1 + r^2)$

KEY 2 등비중항 : 이웃한 세 항에서 가운데 항의 제곱이 양 끝 두 항의 곱이다.

KEY 3 가운데 항에서 구한다 : 첫째항을 구하지 않고 $a_6 = a_3 r^3$ 으로 구한다.

INSIGHT 두 조건이 각각 공비 하나와 항 하나를 따로 준다. 일반항을 세워 연립하지 않아도 된다.

STEP 1. 공비를 구한다.

$(a_1 + a_2)(1 + r^2) = 5(a_1 + a_2)$ 이므로 $r^2 = 4$ 이고, 모든 항이 양수이므로 $r = 2$ 이다.

STEP 2. 한 항을 확정한다.

$a_2 a_4 = a_3^2 = 36$ 이고 모든 항이 양수이므로 $a_3 = 6$ 이다.

STEP 3. 구하는 값을 계산한다.

구하는 값은 $a_6 = a_3 r^3 = 6 \times 8 = 48$ 이다.

[다른 풀이] 첫째항과 공비로 연립한다

묶음이 보이지 않았다면 a_1 과 r 로 모두 나타내도 된다.

STEP 1. 두 조건을 a_1, r 로 쓴다.

$a_2 a_4 = a_1^2 r^4 = 36$ 이고, $\sum_{k=1}^4 a_k = a_1(1 + r)(1 + r^2) = 5a_1(1 + r)$ 이다.

STEP 2. 공비를 구한다.

모든 항이 양수이므로 $a_1(1 + r) \neq 0$ 이고, 양변을 나누면 $1 + r^2 = 5$ 에서 $r = 2$ 이다.

STEP 3. 첫째항을 구하고 계산한다.

$a_1^2 \times 16 = 36$ 이고 $a_1 > 0$ 이므로 $a_1 = \frac{3}{2}$ 이고, 구하는 값은 $a_6 = \frac{3}{2} \times 2^5 = 48$ 이다.

10. 최고차항의 계수가 1 인 일차함수 $f(x)$ ^{INSIGHT} 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x-1} & (x \neq 1) \\ 5 & (x = 1) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속^{KEY1}일 때, $f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 24 ② 26 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32

정답 ①

문항출처 2027학년도 6월 평가원 공통 11번 (극한의 존재 조건) 을 연속 조건으로 변형

학습 목표 [수학II] 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한값을 구할 수 있다. · 함수의 연속의 뜻을 안다.

KEY 1 극한값이 존재한다 : 함수의 극한에 대한 성질을 그대로 쓸 수 있다. 곱의 극한은 극한의 곱이다.

KEY 2 다항함수와 인수정리 : $f(1) = 0$ 이면 $f(x)$ 는 $(x-1)$ 을 인수로 갖는다.

KEY 3 약분 후의 값 : 약분하고 남은 식에 대입한 값이 곧 함수값이다.

INSIGHT 「분모가 0 이 되는 점에서 연속하려면 분자도 0」 을 규칙으로 외우지 않아도 된다. $f(x) = (x-1) \times \frac{f(x)}{x-1}$ 로 쪼개 곱의 극한을 쓰면 $f(1) = 0$ 이 나오고, 그다음은 인수정리를 쓴다.

STEP 1. 곱의 극한으로 쓴다.

$x \neq 1$ 일 때 $f(x) = (x-1) \times \frac{f(x)}{x-1}$ 이고, 함수 g 가 $x = 1$ 에서 연속이므로 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = g(1) = 5$ 이다.

STEP 2. $f(1) = 0$ 을 얻는다.

$\lim_{x \rightarrow 1} (x-1) = 0$ 이므로 함수의 극한에 대한 성질에 의하여 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0 \times 5 = 0$ 이다. f 는 다항함수이므로 $x = 1$ 에서 연속이고, 따라서 $f(1) = 0$ 이다.

STEP 3. 인수정리로 f 를 확정한다.

$f(1) = 0$ 이므로 인수정리에 의하여 $f(x)$ 는 $(x-1)$ 을 인수로 갖고, $x \neq 1$ 일 때 $g(x) = \frac{f(x)}{x-1}$ 은 최고차항의 계수가 1 인 일차함수이다. 일차함수는 연속이므로 $g(1) = 5$ 에서 $g(x) = x+4$ 이고, 따라서 $f(x) = (x-1)(x+4)$ 이다.

STEP 4. 구하는 값을 계산한다.

$f(x) = (x-1)(x+4)$ 이므로 구하는 값은 $f(4) = 3 \times 8 = 24$ 이다.

11. 1 보다 큰 상수 a 에 대하여 두 곡선

$$y = a^x, \quad y = a^{-x+4} \text{ KEY 1}$$

이 만나는 점을 A ^{KEY 2}라 하자. 곡선 $y = a^x$ 이 y 축과 만나는 점을 B, 곡선 $y = a^{-x+4}$ 이 y 축과 만나는 점을 C라 할 때, 삼각형 ABC의 넓이가 24 ^{KEY 3}이다. a 의 값은? [4점]

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

정답 ④

문항출처 2026학년도 6월 평가원 공통 10번 (두 곡선의 교점으로 만든 삼각형) 변형

학습 목표 [수학 I] 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다. · 지수함수와 로그함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

KEY 1 밑이 같은 두 지수함수의 그래프 : 지수를 같게 놓으면 교점의 x 좌표가 나온다.

KEY 2 대칭인 두 곡선 : $y = a^x$ 과 $y = a^{-x+4}$ 는 직선 $x = 2$ 에 대하여 대칭이다.

KEY 3 삼각형의 밑변과 높이 : 밑변을 y 축 위에 두면 높이는 나머지 꼭짓점의 x 좌표이다.

INSIGHT 교점의 x 좌표가 밑과 무관하게 2로 고정된다. 높이가 상수가 되므로 넓이 조건이 a^4 에 대한 일차방정식이 된다.

STEP 1. 교점을 구한다.

두 곡선은 직선 $x = 2$ 에 대하여 대칭이므로 교점은 그 직선 위에 있다. $a^x = a^{-x+4}$ 에서 $x = -x + 4$ 이므로 $x = 2$ 이고, A $(2, a^2)$ 이다.

STEP 2. 밑변을 잡는다.

B $(0, 1)$, C $(0, a^4)$ 이므로 $\overline{BC} = a^4 - 1$ 이고, 이 선분을 밑변으로 보면 높이는 점 A의 x 좌표인 2이다.

STEP 3. 넓이 조건을 쓴다.

$$\frac{1}{2} (a^4 - 1) \times 2 = a^4 - 1 = 24 \text{ 이므로 } a^4 = 25 \text{ 이다.}$$

STEP 4. 구하는 값을 계산한다.

$a > 1$ 이므로 구하는 값은 $a = \sqrt{5}$ 이다.

12. 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = x^3 + ax^2 + 6x \text{ KEY 1}$$

라 하자. 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 두 부분의 넓이를 INSIGHT 왼쪽부터 차례로 S_1, S_2 라 할 때,

$$5S_1 = 32S_2 \text{ KEY 3}, \quad 32(S_1 - S_2) = 27 \int_0^2 f(x) dx \text{ KEY 4}$$

이다. a 의 값은? [4점]

- ① $-4\sqrt{2}$ ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ $4\sqrt{2}$

정답 ②

문항출처 2026학년도 6월 평가원 공통 13번 (넓이 사이의 관계로 상수 결정) · 2025학년도 수능 공통 13번 (두 넓이의 차) 결합
학습 목표 [수학II] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.

KEY 1 세 근의 배치 : $f(x) = x(x^2 + ax + 6)$ 이므로 두 부분이 생기려면 $x^2 + ax + 6 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가져야 한다. 두 근의 곱이 $6 > 0$ 이므로 부호가 서로 같고, 따라서 두 근은 모두 양수이거나 모두 음수이다.

KEY 2 넓이는 구할 수 없다 : 근이 a 에 따라 달라지므로 S_1, S_2 를 수로 구할 수 없다. 그래서 a 의 부호로 경우를 나누어 그래프를 그리고 넓이를 계산하는 방법으로는 풀리지 않는다. 두 등식이 주는 것은 넓이의 값이 아니라 넓이 사이의 관계뿐이다.

KEY 3 비를 그대로 대입한다 : $5S_1 = 32S_2$ 는 두 넓이를 각각 구하라는 말이 아니라 둘의 비를 알려 준 것이다. $S_2 = \frac{5}{32}S_1$ 을 남은 등식에 그대로 넣으면 넓이를 구하지 않고도 식이 하나로 줄어든다.

KEY 4 넓이와 정적분 : 이웃한 두 근 사이에서 f 의 부호가 일정하므로 그 구간의 정적분은 넓이에 부호만 붙은 값이다. 뒤집어 말하면, 부호가 일정한 구간에서 정적분이 0 이면 그 구간의 길이가 0 이다.

KEY 5 2 의 자리를 짚는다 : $pq = 6, p < q$ 에서 $p < \sqrt{6} < q$ 이므로 $q > 2$ 이다. 즉 2 는 언제나 가장 큰 근보다 왼쪽에 있고, 그래서 $\int_p^2 f(x) dx = 0$ 은 곧 $2 = p$ 를 뜻한다.

INSIGHT 두 등식을 각각 a 에 대한 방정식으로 바꾸려 하면 계산이 커지고, 근을 모르니 넓이 자체를 구할 수도 없다. $S_2 = \frac{5}{32}S_1$ 을 둘째 등식에 넣으면 $\int_0^2 f(x) dx = S_1$ 이라는 한 줄만 남는다. 왼쪽 부분이 $[0, p]$ 이므로 이것은 $\int_p^2 f(x) dx = 0$ 과 같은 말이고, f 는 이웃한 두 근 사이에서 부호가 바뀌지 않으므로 그 구간의 길이가 0, 즉 $2 = p$ 일 수밖에 없다. 넓이를 한 번도 구하지 않고 근이 정해진다.

STEP 1. 근의 부호를 나눈다.

두 부분이 생기려면 $x^2 + ax + 6 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가져야 하므로 판별식이 $a^2 - 24 > 0$ 이다. 두 근의 곱이 $6 > 0$ 이므로 두 근은 모두 양수이거나 모두 음수이고, 두 근의 절댓값을 각각 p, q ($p < q$) 라 하면 어느 경우든 $pq = 6$ 이다. 이때 $p < \sqrt{6} < q$ 이므로 언제나 $q > 2$ 이다.

STEP 2. 두 등식을 하나로 합친다.

$5S_1 = 32S_2$ 에서 $S_2 = \frac{5}{32}S_1$ 이므로 $S_1 - S_2 = \frac{27}{32}S_1$ 이다. 이를 둘째 등식에 넣으면 $32 \times \frac{27}{32}S_1 = 27 \int_0^2 f(x)dx$ 이고, 양변을 27로 나누면

$$\int_0^2 f(x)dx = S_1$$

이다. 넓이를 하나도 구하지 않고 두 등식이 한 줄로 줄었다.

STEP 3. 두 근이 모두 양수인 경우, 2의 자리를 짝는다.

세 근은 $0 < p < q$ 이고 $(0, p)$ 에서 $f > 0$, (p, q) 에서 $f < 0$ 이므로 $S_1 = \int_0^p f(x)dx$ 이다. STEP 2와 견주면

$$\int_p^2 f(x)dx = 0$$

이다. STEP 1에서 $q > 2$ 이므로 2는 q 의 왼쪽에 있고, 따라서 p 와 2사이의 구간은 $(0, p)$ 안에 들어가거나 (p, q) 안에 들어간다. 어느 쪽이든 그 위에서 f 의 부호는 바뀌지 않으므로, 정적분이 0이 되려면 구간의 길이가 0이어야 한다. 곧 $2 = p$ 이다.

STEP 4. 근을 확정하고 a 를 읽는다.

$pq = 6$ 에서 $q = 3$ 이므로 세 근은 0, 2, 3 이고 $f(x) = x(x-2)(x-3)$ 이다. 전개했을 때 x^2 의 계수를 비교하면 $a = -(0+2+3) = -5$ 이다.

STEP 5. 두 근이 모두 음수인 경우는 없다.

세 근이 $-q < -p < 0$ 이라 하자. $(-q, -p)$ 에서 $f > 0$, $(-p, 0)$ 에서 $f < 0$ 이므로 직접 적분하면

$$S_2 = \left| \int_{-p}^0 f(x)dx \right| = \frac{p^3(2q-p)}{12}, \quad S_1 - S_2 = \int_{-q}^0 f(x)dx = \frac{q^2(q^2-12)}{12}$$

이다. $S_1 = \frac{32}{5}S_2 > S_2$ 이므로 $S_1 - S_2 > 0$, 즉 $q > 2\sqrt{3}$ 이고 $p = \frac{6}{q} < \sqrt{3}$ 이다. 그러면

$$S_2 = \frac{p^3(2q-p)}{12} < \frac{p^3 \times 2q}{12} = \frac{p^2 \times pq}{6} = p^2 < 3$$

이므로 $S_1 = \frac{32}{5}S_2 < \frac{96}{5}$ 이다.

STEP 6. 모순을 확인한다.

한편 $\int_0^2 f(x)dx = \left[\frac{x^4}{4} + \frac{a}{3}x^3 + 3x^2 \right]_0^2 = 16 + \frac{8a}{3}$ 이고, $a = p+q = q + \frac{6}{q}$ 는 $q > \sqrt{6}$ 에서 증가하므로 $q > 2\sqrt{3}$ 이면 $a > 2\sqrt{3} + \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ 이다. 따라서 STEP 2에 의하여

$$S_1 = \int_0^2 f(x)dx > 16 + 8\sqrt{3} > \frac{96}{5}$$

인데 이는 STEP 5와 어긋난다. 그러므로 두 근이 모두 음수인 경우는 없고, 구하는 값은 $a = -5$ 이다.

[빠지기 쉬운 길] 넓이를 직접 구하려 하면

a 의 부호로 경우를 나누어 곡선의 개형을 그리고, S_1 과 S_2 를 a 로 나타내어 두 등식에 넣는 방법이 먼저 떠오를 수 있다. 그러나 근이 $x^2 + ax + 6 = 0$ 의 해라서 제곱근이 들어간 a 의 식이 되고, 넓이는 그 근들의 사차식이 되어 풀이를 이어 가기 어렵다. 개형을 나누어 그려도 마찬가지이다.

주어진 것은 넓이의 값이 아니라 넓이 사이의 관계이다. $5S_1 = 32S_2$ 를 「비」로 읽고 그대로 대입하면 넓이는 식에서 사라지고, 남는 것은 근의 자리를 묻는 한 줄뿐이다.

13. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$, $a_2 = 4$ ^{KEY3} 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n$$
^{KEY1}

을 만족시킨다. a_9 의 값은?^{INSIGHT} [4점]

- ① 764 ② 765 ③ 766 ④ 767 ⑤ 768

정답 ③

문항출처 2026학년도 9월 평가원 공통 16번 (수열의 귀납적 정의) 변형

학습 목표 [수학 I] 수열의 귀납적 정의를 이해한다. · 등비수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구할 수 있다.

KEY 1 수열의 귀납적 정의 : 앞의 두 항으로 다음 항이 정해진다. 구하는 항이 멀면 차례로 대입하지 않는다.

KEY 2 양변에서 a_{n+1} 을 빼다 : $3 = 1 + 2$ 이므로 왼쪽에 $a_{n+2} - a_{n+1}$ 을 만들면 오른쪽에도 $a_{n+1} - a_n$ 이 남는다.

KEY 3 이웃한 두 항의 차 : 차를 하나의 수열로 보면 공비가 2 인 등비수열이다.

KEY 4 차를 모두 더한다 : $(a_2 - a_1) + (a_3 - a_2) + \cdots + (a_9 - a_8)$ 은 가운데가 모두 지워지고 $a_9 - a_1$ 만 남는다.

INSIGHT 1, 4, 10, 22, 46, $\cdots$ 를 몇 개 써 보아도 규칙이 잘 보이지 않고, a_9 까지 대입하려면 일곱 번을 거쳐야 한다. 이웃한 두 항의 차를 적어 보면 3, 6, 12, 24, $\cdots$ 로 공비가 2 인 등비수열이다. 계수 3 이 1 + 2 이기 때문이다. 차를 모두 더하면 가운데가 지워져 $a_9 - a_1$ 만 남으므로, 등비수열의 합 하나로 끝난다.

STEP 1. 양변에서 a_{n+1} 을 빼다.

$a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n$ 의 양변에서 a_{n+1} 을 빼면

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 2a_{n+1} - 2a_n = 2(a_{n+1} - a_n)$$

이다.

STEP 2. 차가 등비수열임을 확인한다.

$b_n = a_{n+1} - a_n$ 이라 하면 $b_{n+1} = 2b_n$ 이고 $b_1 = a_2 - a_1 = 3$ 이므로, 수열 $\{b_n\}$ 은 첫째항이 3, 공비가 2 인 등비수열이다.

STEP 3. 차를 모두 더한다.

$b_1 = a_2 - a_1, b_2 = a_3 - a_2, \cdots, b_8 = a_9 - a_8$ 을 변끼리 더하면 가운데 항이 모두 지워져

$$b_1 + b_2 + \cdots + b_8 = a_9 - a_1$$

이다.

STEP 4. 구하는 값을 계산한다.

등비수열의 합에서 $b_1 + b_2 + \cdots + b_8 = \frac{3(2^8 - 1)}{2 - 1} = 765$ 이므로 $a_9 = a_1 + 765 = 766$ 이다.

[다른 풀이] 상수가 되는 묶음을 찾는다

3 과 2 를 반대쪽으로 묶으면 차가 아니라 상수가 드러난다.

STEP 1. 묶어 본다.

$3 = 1 + 2$, $2 = 1 \times 2$ 이므로 $a_{n+2} - 2a_{n+1} = a_{n+1} - 2a_n$ 이고, 수열 $\{a_{n+1} - 2a_n\}$ 은 모든 항이 같다. $a_2 - 2a_1 = 4 - 2 = 2$ 이므로 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} - 2a_n = 2$ 이다.

STEP 2. 등비수열을 만든다.

양변에 2 를 더하면 $a_{n+1} + 2 = 2(a_n + 2)$ 이므로 수열 $\{a_n + 2\}$ 는 첫째항이 $a_1 + 2 = 3$, 공비가 2 인 등비수열 이고 $a_n + 2 = 3 \times 2^{n-1}$ 이다.

STEP 3. 구하는 값을 계산한다.

$a_9 + 2 = 3 \times 2^8 = 768$ 이므로 $a_9 = 766$ 이다.

14. 사각형 ABCD 가 ^{KEY 1}

$$\overline{AB} = 3, \quad \overline{BC} = 8, \quad \overline{CD} = 5, \quad \angle ABC = \frac{\pi}{3} \text{ ^{KEY 5} }$$

을 만족시킨다. 삼각형 ABC 의 외접원의 반지름의 길이
와 삼각형 ACD 의 외접원의 반지름의 길이가 서로 같을
때 ^{KEY 3}, 삼각형 ACD 의 넓이는? (단, $\overline{AD} < \overline{CD}$ ^{INSIGHT} 이
다.) [4점]

- ① $3\sqrt{3}$ ② $\frac{15\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ ④ $6\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{15\sqrt{3}}{2}$

정답 ②

문항출처 2024학년도 9월 평가원 공통 20번 (한 대각선을 공유하는 두 삼각형의 외접원) 응용

학습 목표 [수학 I] 사인법칙과 코사인법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. · 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트
함수의 그래프를 그릴 수 있다.

KEY 1 공통인 대각선 : 사각형을 대각선으로 가르면 두 삼각형이 그 대각선을 함께 쓴다. 한 삼각형에서 구한 대각
선의 길이를 다른 삼각형에서도 쓸 수 있다.

KEY 2 사인법칙 : $\frac{(\text{한 변})}{\sin(\text{그 대변의 대각})} = 2R$ 이므로 외접원의 반지름은 변과 대각만으로 정해진다.

KEY 3 반지름이 같다는 조건 : 두 삼각형이 한 변을 공유하고 외접원의 반지름이 같으면, 그 변을 마주 보는 두 각
의 사인이 같다.

KEY 4 사인이 같은 두 각 : $0 < \theta < \pi$ 에서 $\sin \theta$ 가 같은 각은 θ 와 $\pi - \theta$ 둘뿐이다. 남은 조건으로 그중 하나를 고
른다.

KEY 5 코사인법칙 : 두 변과 끼각을 알면 나머지 한 변이 나온다.

INSIGHT 「외접원의 반지름이 같다」를 그대로 원의 문제로 보면 풀이를 시작할 수 없다. 두 삼각형이 대각선
 $\overline{AC}$ 를 함께 쓰고 있으므로, 사인법칙을 두 번 쓰면 반지름이 같다는 말이 곧 $\sin \angle ADC = \sin \angle ABC$ 라는 말이
된다. 반지름의 값은 끝까지 쓸 필요가 없다.

STEP 1. 공통인 대각선의 길이를 구한다.

삼각형 ABC 에서 코사인법칙에 의하여 $\overline{AC}^2 = 3^2 + 8^2 - 2 \times 3 \times 8 \times \cos \frac{\pi}{3} = 73 - 24 = 49$ 이므로 $\overline{AC} = 7$ 이다.

STEP 2. 반지름이 같다는 조건을 각의 조건으로 바꾼다.

두 삼각형 ABC, ACD 는 변 $\overline{AC}$ 를 공유하고, 그 대각은 각각 $\angle ABC$, $\angle ADC$ 이다. 사인법칙에 의하여

$$\frac{\overline{AC}}{\sin \angle ABC} = 2R, \quad \frac{\overline{AC}}{\sin \angle ADC} = 2R$$

이므로 $\sin \angle ADC = \sin \angle ABC = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이다.

STEP 3. 두 후보 중 하나를 고른다.

$0 < \angle ADC < \pi$ 에서 $\sin \angle ADC = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 인 각은 $\frac{\pi}{3}$ 과 $\frac{2}{3}\pi$ 둘뿐이다. $\angle ADC = \frac{\pi}{3}$ 이면 삼각형 ACD 에서 코사인
법칙에 의하여 $49 = \overline{AD}^2 + 25 - 5\overline{AD}$ 에서 $\overline{AD} = 8$ 이 되어 $\overline{AD} < \overline{CD} = 5$ 에 어긋난다. 따라서 $\angle ADC = \frac{2}{3}\pi$ 이
다.

STEP 4. 나머지 변을 구한다.

삼각형 ACD 에서 코사인법칙에 의하여 $49 = \overline{AD}^2 + 25 - 2 \times \overline{AD} \times 5 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$ 이므로 $\overline{AD}^2 + 5\overline{AD} - 24 = 0$ 에서 $(\overline{AD} + 8)(\overline{AD} - 3) = 0$ 이고, $\overline{AD} = 3$ 이다.

STEP 5. 넓이를 구한다.

구하는 값은 $\frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{CD} \times \sin \angle ADC = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{4}$ 이다.

15. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \left| \int_0^x |f'(t)| dt \right|^{\text{KEY 1}} - |f(x) - f(0)|^{\text{KEY 2}}$$

라 하자. 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(x) = 0$ 을 만족시키는 모든 실수 x 의 집합은 INSIGHT 닫힌구간 $[-1, 2]^{\text{KEY 4}}$ 이다.

(나) $\int_{-1}^2 f(x) dx = \frac{3}{4}$

$f(3)$ 의 값은? [4점]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

정답 ③

문항출처 2027학년도 6월 평가원 공통 15번 (정적분 조건이 성립하는 범위를 집합으로 주는 구조) 변형

학습 목표 [수학Ⅱ] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. · 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.

KEY 1 두 항의 뜻 : $\left| \int_0^x |f'(t)| dt \right|$ 는 0 과 x 사이에서 f 가 오르내린 양을 모두 더한 것이고, $|f(x) - f(0)|$ 는 처음과 끝의 차이뿐이다.

KEY 2 $g \geq 0$ 과 등호가 성립할 조건 : 움직인 거리는 처음과 끝의 차이보다 항상 크거나 같다. 두 값이 같아지는 것은 그 사이에서 f 가 방향을 한 번도 바꾸지 않을 때, 즉 f' 의 부호가 바뀌지 않을 때뿐이다.

KEY 3 바깥 절댓값의 구실 : $x < 0$ 이면 $\int_0^x$ 는 부호가 뒤집혀 음수가 된다. 바깥 절댓값이 그것을 되돌려, x 의 부호와 관계없이 앞의 항이 움직인 거리가 되게 한다.

KEY 4 부호가 바뀌는 자리가 곧 근 : f' 의 부호는 f' 의 근에서만 바뀔 수 있다. 조건 (가)의 집합이 한 점이 아닌 구간이므로 f' 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 그 두 근에서 부호가 바뀐다.

INSIGHT 적분 두 개를 계산하려 들면 안 된다. g 를 “움직인 거리 - 처음과 끝의 차이” 로 읽으면 $g(x) = 0$ 은 곧 “0 과 x 사이에서 f 가 방향을 바꾸지 않는다” 는 뜻이 된다. 그러면 조건 (가)에서 그런 x 의 집합이 $[-1, 2]$ 라는 것은, 그 안에서는 방향이 바뀌지 않고 밖으로 조금이라도 벗어나면 바뀐다는 뜻이다. 방향이 바뀌는 자리가 곧 f' 의 근이므로 -1 과 2 가 f' 의 두 근이 된다.

STEP 1. $g(x) = 0$ 이 무슨 뜻인지 읽는다.

바깥 절댓값이 $x < 0$ 일 때 뒤집히는 적분의 부호를 되돌려 놓으므로, 앞항은 언제나 0 과 x 사이에서 f 가 움직인 거리이다. 그리고 움직인 거리는 처음과 끝의 차이보다 항상 크거나 같고, 두 값이 같아지는 것은 그 사이에서 f 가 방향을 바꾸지 않을 때뿐이다.

따라서 $g(x) = 0$ 은 0 과 x 사이에서 f' 의 부호가 바뀌지 않는다는 것과 같은 말이다.

STEP 2. 집합의 양 끝이 f' 의 근임을 본다.

조건 (가)에서 그런 x 를 모은 집합이 $[-1, 2]$ 이다.

$-1 \leq x \leq 2$ 이면 부호가 바뀌지 않고, x 가 -1 보다 작아지거나 2 보다 커지는 순간 바뀐다. 즉 f' 의 부호가 바뀌는 자리가 $x = -1$ 과 $x = 2$ 이고, 그곳이 곧 f' 의 근이다.

따라서 $f'(-1) = f'(2) = 0$ 이다.

STEP 3. 도함수를 확정한다.

f 가 최고차항의 계수 1 인 삼차함수이므로 f' 은 최고차항의 계수가 3 인 이차함수이고, 두 근이 $-1, 2$ 이므로
 $f'(x) = 3(x+1)(x-2)$

STEP 4. f 를 적분상수까지 쓴다.

$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + C$ 이다.

STEP 5. 조건 (나)로 C 를 정한다.

$\int_{-1}^2 \left(x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x \right) dx = -\frac{39}{4}$ 이고 구간의 길이가 3 이므로 $-\frac{39}{4} + 3C = \frac{3}{4}$ 에서 $C = \frac{7}{2}$ 이다.

STEP 6. 구하는 값을 계산한다.

구하는 값은 $f(3) = 27 - \frac{27}{2} - 18 + \frac{7}{2} = -1$ 이다.

16. 두 양수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = a \sin bx + 1^{\text{KEY1}}$$

의 최댓값이 5^{INSIGHT} 이고 주기가 $\frac{\pi}{3}$ ^{KEY2} 일 때, $a \times b$ 의 값을
구하시오. [3점]

정답 24

문항출처 2023학년도 수능 공통 9번 (삼각함수의 최대·최소에서 $a \times b$ 를 묻는 구조) 변형

학습 목표 [수학 I] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다.

KEY 1 삼각함수의 최댓값 : $a > 0$ 일 때 $y = a \sin bx + 1$ 의 최댓값은 $a + 1$ 이다.

KEY 2 삼각함수의 주기 : 각의 계수가 주기를 정한다. $b > 0$ 일 때 $y = a \sin bx$ 의 주기는 $\frac{2\pi}{b}$ 이다.

INSIGHT 최댓값은 a 만, 주기는 b 만 결정한다. 두 조건이 서로 간섭하지 않으므로 각각 한 줄이면 끝난다.

STEP 1. 최댓값에서 a 를 구한다.

$$a + 1 = 5 \text{ 이므로 } a = 4 \text{ 이다.}$$

STEP 2. 주기에서 b 를 구한다.

$$\frac{2\pi}{b} = \frac{\pi}{3} \text{ 이므로 } b = 6 \text{ 이다.}$$

STEP 3. 곱을 구한다.

$$\text{구하는 값은 } a \times b = 4 \times 6 = 24 \text{ 이다.}$$

17. 함수 $f(x)$ 의 도함수가 $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$ ^{KEY1} 이고
 $f(0) = 2$ ^{KEY2} 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

정답 14

문항출처 2027학년도 6월 평가원 공통 17번 (부정적분) 변형

학습 목표 [수학II] 함수의 실수배, 합, 차의 부정적분을 알고, 다항함수의 부정적분을 구할 수 있다.

KEY 1 부정적분 : 도함수를 적분해 원래 함수로 되돌린다.

KEY 2 적분상수 : 함수값 하나가 적분상수를 정한다.

INSIGHT 도함수를 적분하면 상수 하나가 남는다. $f(0)$ 이 그 상수를 정하고, 나머지는 대입뿐이다.

STEP 1. 부정적분을 구한다.

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + C \text{ 이다.}$$

STEP 2. 상수를 정한다.

$$f(0) = C = 2 \text{ 이다.}$$

STEP 3. 구하는 값을 계산한다.

$$\text{구하는 값은 } f(3) = 27 - 18 + 3 + 2 = 14 \text{ 이다.}$$

18. 부등식

$$\log_3(x-1) + \log_3(x+5) \leq 3^{\text{KEY 2}}$$

을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합^{KEY 1}을 구하시오. [3점]

정답 9

문항출처 2026학년도 6월 평가원 공통 16번 (로그방정식) 을 부등식으로 변형

학습 목표 [수학 I] 로그의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다. · 지수함수와 로그함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

KEY 1 진수조건 : 로그가 나오면 진수가 양수라는 조건부터 쓴다.

KEY 2 로그의 성질 : 진수의 곱은 로그의 합이다.

KEY 3 밑이 1 보다 큰 로그 : 부등호의 방향이 그대로 유지된다.

INSIGHT 묻는 것이 자연수이므로 음수는 생각하지 않아도 된다. 다만 진수조건을 빠뜨리면 $x = 1$ 까지 세게 되어 합이 달라진다.

STEP 1. 진수조건을 건다.

$x-1 > 0$ 이고 $x+5 > 0$ 이어야 하므로 $x > 1$ 이다.

STEP 2. 부등식을 푼다.

$\log_3(x-1)(x+5) \leq 3$ 이고 밑이 1 보다 크므로 $(x-1)(x+5) \leq 27$ 이다. 즉 $(x+8)(x-4) \leq 0$ 에서 $-8 \leq x \leq 4$ 이다.

STEP 3. 자연수를 센다.

$1 < x \leq 4$ 이므로 $x = 2, 3, 4$ 이고, 구하는 값은 $2 + 3 + 4 = 9$ 이다.

19. 곡선 $y = x^2 - 2x$ 와 직선 $y = 2x + a$ 로 둘러싸인 부분의 넓이^{KEY1}가 36 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. ^{INSIGHT} [3점]

정답 5

문항출처 2027학년도 6월 평가원 공통 13번 (넓이로 상수를 결정하는 구조) 변형

학습 목표 [수학II] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.

KEY 1 넓이를 적분으로 쓴다 : 위쪽 함수에서 아래쪽 함수를 뺀 것을 두 교점 사이에서 적분한다.

KEY 2 완전제곱 : 차를 완전제곱으로 정리하면 대칭축이 드러나 적분이 절반으로 준다.

KEY 3 두 근의 차와 넓이 : 이차항의 계수가 1 이면 넓이는 (두 근의 차)³ 을 6 으로 나눈 값이다.

INSIGHT 두 함수의 차를 완전제곱으로 정리하면 대칭축이 $x = 2$ 임이 드러난다. 대칭이므로 오른쪽 절반만 적분해 두 배 하면 되고, 새 문자를 놓을 일이 없다.

STEP 1. 두 함수의 차를 정리한다.

$(2x + a) - (x^2 - 2x) = -(x^2 - 4x - a) = -(x - 2)^2 + (4 + a)$ 이다. 둘러싸인 부분이 생기려면 $4 + a > 0$ 이어야 하고, 이때 두 교점의 x 좌표는 $x = 2 \pm \sqrt{4 + a}$ 이다.

STEP 2. 대칭을 이용해 절반만 적분한다.

이 식은 직선 $x = 2$ 에 대하여 대칭이므로 넓이는 오른쪽 절반의 두 배이다.

$$2 \int_2^{2+\sqrt{4+a}} \{(4+a) - (x-2)^2\} dx = 2 \left[(4+a)(x-2) - \frac{(x-2)^3}{3} \right]_2^{2+\sqrt{4+a}}$$

이다.

STEP 3. 계산한다.

위끝에서 $x - 2 = \sqrt{4 + a}$, 아래끝에서 $x - 2 = 0$ 이므로 그 값은

$$2 \left\{ (4+a)\sqrt{4+a} - \frac{(4+a)\sqrt{4+a}}{3} \right\} = \frac{4}{3} (4+a)\sqrt{4+a}$$

이다.

STEP 4. a 를 구한다.

$\frac{4}{3} (4+a)\sqrt{4+a} = 36$ 에서 $(4+a)\sqrt{4+a} = 27 = 9\sqrt{9}$ 이므로 $4+a = 9$ 이고, 구하는 값은 $a = 5$ 이다.

[다른 풀이] 두 근의 차로 구한다

넓이 공식을 익혀 두었다면 세 줄이면 끝난다. 그 공식이 어디서 오는지는 위의 계산이다.

STEP 1. 교점의 방정식을 세운다.

$x^2 - 2x = 2x + a$ 에서 $x^2 - 4x - a = 0$ 이다.

STEP 2. 두 근의 차를 구한다.

이차항의 계수가 1 이므로 넓이는 (두 근의 차)³ 을 6 으로 나눈 값이다. 그 값이 36 이므로 (두 근의 차)³ = 216 에서 두 근의 차는 6 이다.

STEP 3. a 를 구한다.

두 근의 합이 4, 차가 6 이므로 두 근은 -1 과 5 이고, 두 근의 곱이 $-5 = -a$ 에서 구하는 값은 $a = 5$ 이다.

20. 1 보다 큰 실수 a 에 대하여 함수 $f(x) = \log_a(x-1)+2$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 가 서로 다른 두 점에서 만나고, 그 두 점 사이의 거리가 $2\sqrt{2}$ ^{INSIGHT}이다. 다음은 a 의 값을 구하는 과정이다.

함수 $f(x)$ 는 증가함수이므로 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 교점은 모두 직선 $y = x$ 위에 있다^{KEY 1}. 따라서 방정식

$$\log_a(x-1)+2=x, \quad \text{즉} \quad a^{x-2}=x-1 \quad \text{KEY 2}$$

의 서로 다른 두 실근을 α, β ($\alpha < \beta$)라 하면 두 교점은 $(\alpha, \alpha), (\beta, \beta)$ 이다.

$x = \boxed{(\text{가})}$ 는 a 의 값에 관계없이 항상 이 방정식의 근이다.

두 교점 사이의 거리가 $2\sqrt{2}$ 이므로 $\beta - \alpha = \boxed{(\text{나})}$ 이다.

$t = x - 2$ 로 놓으면 방정식은 $a^t = t + 1$ 이 되고, $a > 1$ 이므로 곡선 $y = a^t$ 과 직선 $y = t + 1$ 은 $t = 0$ 과 또 다른 한 점 $t = t_0$ 에서 만난다. 이때 $|t_0| = \boxed{(\text{나})}$ 이고, $t_0 < 0$ 이면 $a^{t_0} = t_0 + 1 < 0$ 이 되어 모순이므로 $t_0 > 0$ 이다.

따라서 $a^{\boxed{(\text{나})}} = \boxed{(\text{나})} + 1$ 에서 $a = \boxed{(\text{다})}$ 이다.

위 과정에서 (가), (나)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 하고 (다)에 알맞은 수를 r 라 할 때, $p \times q \times r^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

정답 12

문항출처 2027학년도 6월 평가원 공통 20번 (지수·로그함수의 그래프, 과정 빈칸) 변형

학습 목표 [수학 I] 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다. — 지수함수와 로그함수는 역함수 관계임을 그래프를 통해 확인하게 한다.

KEY 1 역함수의 교점 : 증가함수와 그 역함수의 교점은 직선 $y = x$ 위에 있다.

KEY 2 밑과 무관한 근 : $a^0 = 1$ 이므로 어떤 밑에서도 성립하는 근이 하나 있다.

KEY 3 부호로 걸러낸다 : $a^t > 0$ 이므로 남은 후보 하나가 제외된다.

INSIGHT 근이 두 개인데 그중 하나는 밑과 무관하게 $x = 2$ 로 고정된다. 나머지 근까지의 거리로 밑이 정해진다.

STEP 1. (가) — 항상 성립하는 근.

$x = 2$ 를 넣으면 $a^0 = 1 = 2 - 1$ 로 밑에 관계없이 성립하므로 $p = 2$ 이다.

STEP 2. (나) — 두 근의 차.

두 교점이 직선 $y = x$ 위에 있으므로 두 점 사이의 거리는 $\sqrt{2}(\beta - \alpha) = 2\sqrt{2}$ 이고, $q = 2$ 이다.

STEP 3. (다) — 밑을 구한다.

$t_0 = -2$ 이면 $a^{-2} = -1 < 0$ 이라 모순이므로 $t_0 = 2$ 이고, $a^2 = 3$ 에서 $r = \sqrt{3}$ 이다.

STEP 4. 구하는 값을 계산한다.

구하는 값은 $p \times q \times r^2 = 2 \times 2 \times 3 = 12$ 이다.

21. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x) = 0$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

(나) 방정식

$$\frac{f(x+1) - f(x)}{2x-3} = \frac{f(x) - f(3-x)}{2x-3} \quad \left(x \neq \frac{3}{2}\right)$$

의 서로 다른 모든 실근의 합은 3 이다.

(다) 함수 $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 차는 4 이다.

$|f(0)| = 2$ 일 때, $f(7)$ 의 값을 구하시오. [4점]

정답 110

문항출처 2026학년도 9월 평가원 공통 21번 (조건으로 삼차함수를 결정하는 구조) · 2026학년도 6월 평가원 공통 19번 (극댓값과 극솟값의 관계) 결합

학습 목표 [수학II] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. · 방정식과 부등식에 대한 문제를 해결할 수 있다.

KEY 1 좌변은 이차식 : $f(x+1) - f(x)$ 는 삼차식끼리의 차이므로 이차식이고, 최고차항의 계수는 3 이다.

KEY 2 우변은 대칭인 이차식 : $x = \frac{3}{2}$ 를 중심으로 보면 $f(x) - f(3-x)$ 에는 $x - \frac{3}{2}$ 의 홀수차항만 남는다.
 $2x - 3 = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)$ 로 나누면 $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (\text{상수})$ 꼴이 되어, 우변은 언제나 직선 $x = \frac{3}{2}$ 에 대하여 대칭이다.

KEY 3 언제나 있는 근과 빠진 값 : $3-x = x+1$ 이 되는 자리는 $x = 1$ 이고, 그때 우변은 $\frac{f(1) - f(2)}{-1} = f(2) - f(1)$ 로 좌변과 같다. 즉 $x = 1$ 은 f 가 무엇이든 근이다. 반대로 $x = \frac{3}{2}$ 는 방정식에서 빠져 있으므로, 이차방정식의 근으로 나오더라도 「서로 다른 실근」에 넣어서는 안 된다.

KEY 4 좌변의 축 : f' 의 축이 어디에 있든, 좌변의 축은 그보다 $\frac{1}{2}$ 만큼 왼쪽에 있다.

KEY 5 극값의 차 : 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수에서 극댓값과 극솟값의 차는, 극대·극소가 되는 두 x 의 차의 세제곱을 2 로 나눈 값이다. 도함수를 그 두 x 사이에서 적분한 값이 곧 극값의 차인데, 도함수의 최고차항의 계수가 3 이라 두 근의 차의 세제곱을 6 으로 나눈 값의 세 배가 되므로 2 로 나눈 값이 된다.

KEY 6 실근 세 개 : $|f(0)| = 2$ 가 남긴 두 후보 중 하나는 극댓값·극솟값이 모두 양수라 실근이 하나뿐이다. 조건 (가)가 그것을 걸러 낸다.

INSIGHT $f(x) - f(3-x)$ 를 그대로 전개하면 길다. $x = \frac{3}{2}$ 를 중심으로 놓으면 짝수차항이 사라져 $2x - 3$ 으로 나누어떨어진다. 여기서 풀이가 둘로 나뉜다. 두 이차식을 빼서 근을 직접 구하는 방법과, 두 이차함수의 축만 보고 p 를 읽어 내는 방법이다.

STEP 1. 양변을 이차식으로 정리한다.

$f(x) = x^3 + px^2 + qx + r$ 라 하면 좌변은 $3x^2 + (3+2p)x + (1+p+q)$ 이다. 우변의 분자 $f(x) - f(3-x)$ 는 $x = \frac{3}{2}$ 를 중심으로 보면 $x - \frac{3}{2}$ 의 홀수차항만 남아 $2\left(x - \frac{3}{2}\right)$ 로 나누어떨어지고, 그 몫이 우변이다. 정리하면 우변은 $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{27}{4} + 3p + q$ 이다.

[방법 ①] 두 식을 빼서 근을 직접 구한다**STEP 2. 이차방정식을 얻는다.**

두 식을 같게 놓으면 $x^2 + (3+p)x - (4+p) = 0$ 이고, 좌변은 $(x-1)(x+p+4)$ 로 인수분해되므로 두 근은 1 과 $-p-4$ 이다.

STEP 3. 조건 (나)로 p 를 정한다.

근을 셀 때 $x = \frac{3}{2}$ 가 빠져 있다는 것을 잊으면 안 된다.

(1) $p = -5$ 이면 두 근이 모두 1 이므로 서로 다른 실근은 $x = 1$ 하나뿐이고, 그 합은 1 이다.

(2) $p = -\frac{11}{2}$ 이면 두 근이 1 과 $\frac{3}{2}$ 인데 $x = \frac{3}{2}$ 는 방정식에서 빠져 있으므로 서로 다른 실근은 역시 $x = 1$ 하나뿐 이고, 그 합은 1 이다.

(3) 그 밖의 p 에서는 두 근이 서로 다르고 둘 다 $\frac{3}{2}$ 가 아니므로, 그 합은 $1 + (-p-4) = -p-3$ 이다.

조건 (나)를 만족시키는 것은 (3) 뿐이고, $-p-3 = 3$ 에서 $p = -6$ 이다. 이때 두 근은 1, 2 이다 ✓

[방법 ②] 두 이차함수의 축을 읽는다**STEP 2. 두 이차함수의 축을 각각 찾는다.**

우변은 $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (\text{상수})$ 이므로 축이 $x = \frac{3}{2}$ 이다. 한편 $f'(x) = 3x^2 + 2px + q$ 의 축은 $x = -\frac{p}{3}$ 이고, 좌변 $3x^2 + (3+2p)x + (1+p+q)$ 의 축은

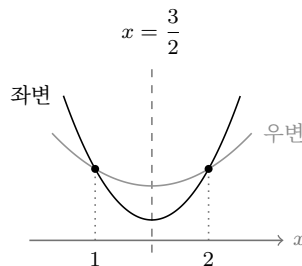
$$x = -\frac{3+2p}{6} = -\frac{p}{3} - \frac{1}{2}$$

이다. 즉 좌변의 축은 p 가 무엇이든 f' 의 축보다 $\frac{1}{2}$ 만큼 왼쪽에 있다.

STEP 3. 조건 (나)로 좌변의 축을 읽어 p 를 정한다.

$x = 1$ 은 언제나 근이고 두 이차함수의 교점은 많아야 두 개이다. 근이 $x = 1$ 하나뿐이면 합이 1 이므로, 서로 다른 실근의 합이 3 이 되려면 근이 두 개이고 나머지 하나가 $x = 2$ 여야 한다. 그러면 두 교점 $x = 1, x = 2$ 는 직선 $x = \frac{3}{2}$ 에 대하여 대칭이다.

이때 좌변도 $x = \frac{3}{2}$ 에 대하여 대칭이 된다. (좌변)-(우변) 은 두 근이 1, 2 인 이차식이므로 축이 $x = \frac{3}{2}$ 이고, 우변의 축도 $x = \frac{3}{2}$ 이므로, 그 둘을 더한 좌변의 축 역시 $x = \frac{3}{2}$ 이기 때문이다. 아래 그림처럼 축이 같은 두 이차함수의 그래프는 교점도 그 축에 대하여 대칭으로 놓인다.



따라서 $-\frac{p}{3} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ 에서 $-\frac{p}{3} = 2$, 즉 $p = -6$ 이다 ✓

어느 방법으로 풀든 $p = -6$ 이다. 이제 남은 두 조건으로 q 와 r 을 정한다

STEP 4. 조건 (다)로 q 를 정한다.

$p = -6$ 이므로 $f'(x) = 3x^2 - 12x + q$ 이고, 극대·극소가 되는 두 x 의 합은 4 이다. KEY 5 에 의하여 그 두 값의 차의 세제곱이 $2 \times 4 = 8$ 이므로 차는 2 이고, 두 값은 1 과 3 이다. 따라서 $f'(x) = 3(x-1)(x-3)$ 이고 $q = 9$ 이다.

STEP 5. 조건 (가)로 하나를 거른다.

$|f(0)| = |r| = 2$ 이다. $r = 2$ 이면 극댓값 $f(1) = 6$, 극솟값 $f(3) = 2$ 로 둘 다 양수라 실근이 하나뿐이므로 (가)에 어긋난다. $r = -2$ 이면 극댓값 2, 극솟값 -2 로 부호가 갈려 서로 다른 세 실근을 갖는다 ✓

STEP 6. 구하는 값을 계산한다.

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ 이므로 구하는 값은 $f(7) = 343 - 294 + 63 - 2 = 110$ 이다.

[덧붙임] 우변을 치환 없이 그대로 전개하면

$x = \frac{3}{2}$ 를 중심으로 옮기는 방법이 떠오르지 않으면, $f(3-x)$ 를 전개해 직접 나누어도 같은 식이 나온다.

전개한다.

$f(x) = x^3 + px^2 + qx + r$ 라 하면

$$f(x) - f(3-x) = 2x^3 - 9x^2 + (6p + 2q + 27)x - (9p + 3q + 27)$$

이다.

$2x - 3$ 으로 나눈다.

직접 나누면 나누어떨어지고, 몫은 $x^2 - 3x + (3p + q + 9)$ 이다.

좌변과 계수를 비교한다.

$3x^2 + (3+2p)x + (1+p+q) = x^2 - 3x + (3p+q+9)$ 에서 $2x^2 + (6+2p)x - (8+2p) = 0$, 즉 $x^2 + (3+p)x - (4+p) = 0$ 이 되어 방법 ① 의 STEP 2 와 같은 식을 얻는다.

22. $a_1 > 0$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$(a_{n+1} - a_n - 2n - 3)(a_{n+1} - a_n - 3n + 4) = 0^{\text{KEY 1}}$$

을 만족시킨다. $a_7 = 54^{\text{INSIGHT}}$ 일 때, 가능한 모든 a_1 의 값의 합^{KEY 4}을 구하시오. [4점]

정답 120

문항출처 2025학년도 수능 공통 22번 (수열의 귀납적 정의를 역으로 따라가는 구조) · 2027학년도 6월 평가원 공통 22번 (항 번호에 따라 규칙이 다른 수열) 변형

학습 목표 [수학 I] 수열의 귀납적 정의를 이해한다.

KEY 1 곱이 0 이라는 뜻 : 곱이 0 이면 두 인수 중 적어도 하나가 0 이다. 매 단계에서 두 경우가 생긴다.

KEY 2 기준을 하나로 잡는다 : 한쪽을 기준으로 삼고, 다른 쪽을 고른 단계마다 그 차이만큼 보정한다.

KEY 3 부분집합의 합 : $\{1, 2, \dots, 6\}$ 의 부분집합의 합으로 0 부터 21 까지의 정수를 빠짐없이 만들 수 있다.

KEY 4 빠짐없이 세었는지 확인한다 : T 가 0 부터 21 까지의 모든 정수가 될 수 있음을 보여야 가능한 값을 빠짐없이 썼다고 할 수 있다.

INSIGHT 어느 쪽을 골랐는지 정해 주는 조건이 없으므로 $2^6 = 64$ 가지가 모두 가능하다. 하나씩 따라가서는 풀리지 않는다. 「 $2n + 3$ 을 기준으로 얼마나 덜 더했는가」로 바꾸면 $\{1, \dots, 6\}$ 의 부분집합의 합을 구하는 문제가 되고, 그 합이 빈틈없이 이어진다는 것을 보이면 끝난다. 두 식이 $n = 7$ 에서 같아진다는 점이 a_7 을 준 이유이고, 풀이의 단서이기도 하다.

STEP 1. 두 경우를 읽는다.

곱이 0 이므로 $a_{n+1} - a_n = 2n + 3$ 또는 $a_{n+1} - a_n = 3n - 4$ 이다. 어느 쪽인지 정해 주는 조건이 없으므로 각 단계에서 두 경우가 모두 가능하다.

STEP 2. 기준을 잡는다.

모든 단계에서 $2n + 3$ 을 골랐다면 $\sum_{n=1}^6 (2n + 3) = 60$ 이므로 $a_7 - a_1 = 60$ 이다.

STEP 3. 덜 더한 양을 센다.

$3n - 4$ 를 고른 단계에서는 $(2n + 3) - (3n - 4) = 7 - n$ 만큼 덜 더한다. 그 값들의 합을 T 라 하면 $a_7 - a_1 = 60 - T$ 이고, $n = 1, 2, \dots, 6$ 에서 $7 - n = 6, 5, 4, 3, 2, 1$ 이므로 T 는 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합의 합이다. 1 부터 차례로 더해 가면 0, 1, 2, ... 가 빈틈없이 이어지므로 T 는 0 부터 21 까지의 모든 정수가 될 수 있다.

STEP 4. a_1 의 범위를 얻는다.

$a_1 = a_7 - 60 + T = T - 6$ 이므로 a_1 은 -6 부터 15 까지의 정수 22 개이다.

STEP 5. 조건으로 거르고 더한다.

$a_1 > 0$ 이므로 $a_1 = 1, 2, \dots, 15$ 이고, 구하는 값은 $\frac{15 \times 16}{2} = 120$ 이다.

선택과목 (확률과 통계)

23. ${}_8C_2$ ^{KEY 1}의 값은? [2점]

- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

정답 ⑤

문항출처 2027학년도 6월 평가원 확률과 통계 23번 (경우의 수 계산) 을 조합으로 변형

학습 목표 [수학] 조합의 의미를 이해하고, 조합의 수를 구할 수 있다.

KEY 1 조합 : 서로 다른 n 개에서 순서 없이 r 개를 고르는 방법의 수는 ${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ 이다.

STEP 1. 계산한다.

$${}_8C_2 = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$$

24. 한 개의 주사위를 두 번 던져 나온 눈의 수를 차례로 ^{INSIGHT} a, b 라 하자. $a + b$ 가 4 의 배수이거나 ^{KEY1} $a \times b$ 가 홀수일 확률 ^{KEY2}은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{13}{36}$ ③ $\frac{7}{18}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

정답 ③

문항출처 2026학년도 6월 평가원 확률과 통계 24번 · 2026학년도 수능 확률과 통계 24번 (확률의 덧셈정리) 변형

학습 목표 [확률과 통계] 확률의 덧셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

KEY 1 확률의 덧셈정리 : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

KEY 2 곱이 홀수 : 두 수의 곱이 홀수하려면 두 수가 모두 홀수여야 한다.

KEY 3 교집합을 놓치지 말 것 : 두 사건은 배반이 아니다. 겹치는 경우를 빼지 않으면 답이 커진다.

INSIGHT 두 사건이 배반이라고 착각하면 $\frac{1}{2}$ 이 나온다. 두 수가 모두 홀수이면 합은 짝수이므로 4 의 배수가 될 수 있다. 따라서 두 사건이 겹치는 경우가 있다.

STEP 1. 사건을 정하고 $a + b$ 가 4 의 배수인 경우를 센다.

$a + b$ 가 4 의 배수인 사건을 A , $a \times b$ 가 홀수인 사건을 B 라 하자. 합이 4 인 것 3 가지, 8 인 것 5 가지, 12 인 것 1 가지로 모두 9 가지이므로 $P(A) = \frac{9}{36}$

STEP 2. $a \times b$ 가 홀수인 경우를 센다.

a, b 가 모두 홀수이므로 $3 \times 3 = 9$ 가지, $P(B) = \frac{9}{36}$

STEP 3. 겹치는 경우를 센다.

두 수가 모두 홀수이면서 합이 4 의 배수인 것은 (1, 3), (3, 1), (3, 5), (5, 3) 의 4 가지이므로 $P(A \cap B) = \frac{4}{36}$

STEP 4. 덧셈정리를 쓴다.

$$\frac{9}{36} + \frac{9}{36} - \frac{4}{36} = \frac{14}{36} = \frac{7}{18}$$

25. 빨간 공 4 개와 파란 공 2 개가 들어 있는 주머니에^{INSIGHT}서 임의로 2 개의 공을 동시에 꺼낸다. 꺼낸 2 개의 공 중에서 적어도 한 개가 빨간 공일 때^{KEY2}, 꺼낸 2 개의 공이 모두 빨간 공일 확률^{KEY1}은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{3}{7}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

정답 ④

문항출처 2025학년도 수능 확률과 통계 26번 (여사건) · 2027학년도 6월 평가원 확률과 통계 29번 (조건부확률) 결합

학습 목표 [확률과 통계] 조건부확률의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다. · 여사건의 확률의 뜻을 알고, 이를 활용할 수 있다.

KEY 1 조건부확률 : 조건이 주어진 사건 안에서 다시 세면 된다. 경우의 수의 비로 계산해도 좋다.

KEY 2 여사건 : “적어도 한 개가 빨간 공”은 “둘 다 파란 공”의 여사건이다.

INSIGHT 두 공이 모두 빨간 공이면 적어도 한 개는 빨간 공이다. 따라서 분자는 “모두 빨간 공”의 경우의 수이고, 분모만 여사건으로 세면 된다.

STEP 1. 분모를 센다.

$${}_6C_2 - {}_2C_2 = 15 - 1 = 14$$

STEP 2. 분자를 센다.

$${}_4C_2 = 6$$

STEP 3. 확률을 구한다.

$$\frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$

26. 숫자 1, 2, 3, 4 가 하나씩 적힌 4 장의 카드 중에서 임의로 한 장의 카드를 꺼내어 적힌 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 한다. **INSIGHT** 이 시행을 2 번 반복하여 확인한 두 수의 차의 절댓값을 확률변수 X ^{KEY1} 라 할 때, $E(X)$ 의 값은? ^{KEY2} [3점]

- ① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

정답 ②

문항출처 2026학년도 9월 평가원 확률과 통계 27번 · 2026학년도 수능 확률과 통계 27번 (이산확률변수) 변형

학습 목표 [확률과 통계] 이산확률변수의 기댓값(평균)과 표준편차를 구할 수 있다.

KEY 1 경우의 수로 분류 : 복원추출이므로 순서쌍은 모두 $4^2 = 16$ 개이고, 차의 절댓값별로 개수를 센다.

KEY 2 기댓값 : $E(X) = \sum x P(X = x)$

INSIGHT 확률로 일일이 바꾸지 말고 (값 × 개수)의 합을 16 으로 나누는 편이 빠르다.

STEP 1. 개수를 센다.

차가 0 인 것 4 개, 1 인 것 6 개, 2 인 것 4 개, 3 인 것 2 개

STEP 2. 기댓값을 구한다.

$$E(X) = \frac{0 \times 4 + 1 \times 6 + 2 \times 4 + 3 \times 2}{16} = \frac{20}{16} = \frac{5}{4}$$

27. 정규분포 $N(m, 15^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 n 인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 이용하여 얻은 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간^{KEY1}이

$$77.06 \leq m \leq 82.94^{\text{KEY2}}$$

일 때, n 의 값은? ^{INSIGHT} (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 64 ② 81 ③ 100 ④ 121 ⑤ 144

정답 ③

문항출처 2026학년도 수능 확률과 통계 26번 · 2025학년도 수능 확률과 통계 25번 (모평균의 신뢰구간) 변형
 학습 목표 [확률과 통계] 모평균을 추정하고, 그 결과를 해석할 수 있다.

KEY 1 신뢰구간 : 신뢰도 95%의 신뢰구간은 $\bar{x} - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{x} + 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

KEY 2 구간의 길이 : $2 \times 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 로 표본평균과 무관하다.

KEY 3 구간의 중앙 : 양 끝의 평균이 표본평균 $\bar{x}$ 이다.

INSIGHT n 만 몰았으므로 표본평균은 필요 없다. 구간의 길이 하나면 끝난다.

STEP 1. 구간의 길이를 읽는다.

$$82.94 - 77.06 = 5.88$$

STEP 2. 식을 세운다.

$$2 \times 1.96 \times \frac{15}{\sqrt{n}} = 5.88, \text{ 즉 } \frac{58.8}{\sqrt{n}} = 5.88$$

STEP 3. n 을 구한다.

$$\sqrt{n} = 10 \text{ 이므로 } n = 100$$

28. 1 부터 8 까지의 자연수가 하나씩 적힌 8 장의 카드 중에서 임의로 3 장의 카드를 동시에 꺼낸다. 꺼낸 3 장의 카드에 적힌 세 수의 합이 짝수일 때^{KEY1}, 세 수의 곱이 12의 배수일 확률^{KEY2}은? [4점]

- ① $\frac{9}{28}$ ② $\frac{5}{14}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{11}{28}$ ⑤ $\frac{3}{7}$

정답 ①

문항출처 2027학년도 6월 평가원 확률과 통계 29번 (곱이 홀수일 때의 조건부확률) · 26번 (곱이 배수일 확률) 결합

학습 목표 [확률과 통계] 조건부확률의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다.

KEY 1 합의 짝수·홀수 : 세 수의 합이 짝수이려면 홀수를 0 장 또는 2 장 뽑아야 한다.

KEY 2 $12 = 2^2 \times 3$: 곱이 12의 배수이려면 인수 2를 두 번, 3을 한 번 확보해야 한다.

KEY 3 6에 들어 있는 인수 : 6은 짝수이면서 3의 배수지만 인수 2를 한 번밖에 주지 않는다.

INSIGHT 조건이 걸린 표본공간부터 세고 그 안에서 다시 센다. 6을 넣으면 인수 3은 채워지지만 인수 2가 하나 모자랄 수 있다는 것을 놓치기 쉽다.

STEP 1. 분모를 센다.

$$\text{홀수 0 장(짝수 셋)} {}_4C_3 = 4, \quad \text{홀수 2 장} {}_4C_2 {}_4C_1 = 24 \Rightarrow 28$$

STEP 2. 세 장이 모두 짝수인 경우.

3의 배수가 필요하므로 6이 반드시 들어가고, 나머지 두 장도 짝수이므로 인수 2는 모자라지 않는다. $\{2, 4, 6\}$, $\{2, 6, 8\}$, $\{4, 6, 8\}$ 의 3가지

STEP 3. 홀수 두 장, 짝수 한 장인 경우.

짝수가 한 장뿐이므로 그 수는 4의 배수인 4 또는 8이고, 3의 배수는 홀수 쪽에서 나와야 하므로 3이 반드시 포함된다. $2 \times 3 = 6$ 가지

STEP 4. 확률을 구한다.

$$\frac{3+6}{28} = \frac{9}{28}$$

29. 확률변수 X 가 이항분포 $B(n, p)$ ^{INSIGHT} 를 따르고

$$P(X = 1) = P(X = 2) \text{ ^{KEY1}}, \quad E((3X - 5)^2) = 10 \text{ ^{KEY2}}$$

을 만족시킨다. a 와 b 가 서로소인 자연수이고 $p = \frac{a}{b}$ 일 때, $n + a + b$ 의 값을 구하시오. (단, $n \geq 2$ 이고 $0 < p < 1$ 이다.) [4점]

정답 9

문항출처 2026학년도 수능 확률과 통계 27번 (일차식으로 바꾼 확률변수) · 2026학년도 9월 평가원 확률과 통계 29번 (이항분포) 결합

학습 목표 [확률과 통계] 이항분포의 뜻을 알고, 평균과 표준편차를 구할 수 있다. · 이산확률변수의 기댓값(평균)과 표준편차를 구할 수 있다.

KEY 1 이항분포의 확률 : $P(X = k) = {}_nC_k p^k (1 - p)^{n-k}$

KEY 2 제곱의 기댓값 : $E(Y^2) = V(Y) + (E(Y))^2$ 를 $Y = 3X - 5$ 에 그대로 쓴다.

KEY 3 이항분포의 평균과 분산 : $E(X) = np$, $V(X) = np(1 - p)$

INSIGHT 제곱을 전개해 $E(X^2)$ 을 따로 구하려 들면 길어진다. $V(3X - 5) = 9V(X)$ 와 $E(3X - 5) = 3E(X) - 5$ 를 쓰면 두 줄이다.

STEP 1. 두 확률을 같게 놓는다.

$$np(1 - p)^{n-1} = {}_nC_2 p^2 (1 - p)^{n-2} \text{ 에서 공통인수를 약분하면 } 2(1 - p) = (n - 1)p, \text{ 즉 } p = \frac{2}{n + 1}$$

STEP 2. 평균과 분산을 쓴다.

$$E(X) = \frac{2n}{n + 1}, \quad V(X) = \frac{2n(n - 1)}{(n + 1)^2}$$

STEP 3. 조건을 식으로 옮긴다.

$$9V(X) + (3E(X) - 5)^2 = \frac{18n(n - 1) + (n - 5)^2}{(n + 1)^2} = 10$$

STEP 4. 정리하여 n 을 구한다.

$$3n^2 - 16n + 5 = 0 \text{ 에서 } (3n - 1)(n - 5) = 0 \text{ 이고 } n \geq 2 \text{ 이므로 } n = 5$$

STEP 5. 구하는 값을 계산한다.

$$p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ 이므로 } a = 1, b = 3, \quad n + a + b = 5 + 1 + 3 = 9$$

30. 숫자 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4 가 하나씩 적힌 8 장의 카드 중에서 6 장을 택하여 일렬로 나열한다. ^{INSIGHT} 나열된 카드에 적힌 수를 차례로 읽어 만들 수 있는 모든 여섯 자리 자연수 중에서 다음 두 조건을 모두 만족시키는 것의 개수를 구하시오. [4점]

(가) 각 자리의 수의 합은 15 이다.^{KEY 1}

(나) 이웃한 두 자리의 수는 서로 다르다.^{KEY 3}

정답 168

문항출처 2027학년도 6월 평가원 확률과 통계 30번 (이웃하지 않게 나열하기) · 2026학년도 수능 확률과 통계 30번 (이웃 조건) 결합 학습 목표 [확률과 통계] 원순열, 중복순열, 같은 것이 있는 순열을 이해하고, 그 순열의 수를 구할 수 있다.

KEY 1 빠진 두 장의 합 : 여덟 장에 적힌 수의 합이 20 이고 고른 여섯 장의 합이 15 이므로, 빠진 두 장의 합은 5 이다.

KEY 2 중복 형태 : 남는 두 경우 모두 “두 수는 두 번씩, 두 수는 한 번씩” 으로 모양이 같다.

KEY 3 빼고 다시 더하기 : 같은 수끼리 이웃하는 배열을 각각 뺀 뒤, 두 번 빠진 것을 다시 더한다.

INSIGHT 두 경우의 중복 형태가 같으므로 배열의 수도 같다. 한 번만 세고 2 를 곱하면 된다.

STEP 1. 빠진 두 장을 정한다.

합이 5 인 두 수는 (1, 4) 또는 (2, 3) 뿐이다.

STEP 2. 남는 여섯 장의 모양을 본다.

(1, 4) 가 빠지면 1, 2, 2, 3, 3, 4, (2, 3) 이 빠지면 1, 1, 2, 3, 4, 4 가 남는다. 어느 쪽이든 두 수는 두 번씩, 두 수는 한 번씩이다.

STEP 3. 이웃 조건 없이 센다.

$$\frac{6!}{2!2!} = 180$$

STEP 4. 이웃하는 것을 뺀다.

두 번 나오는 두 수를 A, B 라 하면 A 끼리 이웃한 배열은 $\frac{5!}{2!} = 60$, B 도 60, 둘 다 이웃한 배열은 $4! = 24$ 이므로 $180 - 60 - 60 + 24 = 84$

STEP 5. 두 경우를 합친다.

$$84 \times 2 = 168$$

선택과목 (미 적 분)

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 3^n}{2^n + 3^{n+1}}$ KEY 1 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

정답 ②

문항출처 2027학년도 6월 평가원 미적분 23번 · 2026학년도 6월 평가원 미적분 23번 (수열의 극한) 변형

학습 목표 [미적분] 등비수열의 극한값을 구할 수 있다.

KEY 1 가장 큰 항으로 나누기 : 분모·분자를 밑이 가장 큰 거듭제곱 3^n 으로 나눈다.

KEY 2 등비수열의 극한 : $|r| < 1$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} r^n = 0$

INSIGHT 지수가 하나씩 어긋나 있으니 $2^{n+1} = 2 \times 2^n$, $3^{n+1} = 3 \times 3^n$ 으로 먼저 풀어 쓴다.

STEP 1. 지수를 풀고 3^n 으로 나눈다.

$$\frac{2 \times 2^n + 3^n}{2^n + 3 \times 3^n} = \frac{2 \left(\frac{2}{3}\right)^n + 1}{\left(\frac{2}{3}\right)^n + 3}$$

STEP 2. 극한값을 구한다.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^n \rightarrow 0 \text{ 이므로 } \frac{0+1}{0+3} = \frac{1}{3}$$

24. $\int_0^1 x e^{x^2} dx$ ^{KEY 1}의 값은? [3점]

- ① $\frac{e-1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{e-1}{2}$ ④ $\frac{e}{2}$ ⑤ $e-1$

정답 ③

문항출처 2026학년도 수능 미적분 24번 (여러 가지 적분법) 을 치환적분으로 변형

학습 목표 [미적분] 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

KEY 1 치환적분 : 남은 인수가 x^2 만의 함수이고 그 앞에 x 가 하나 곱해져 있으면 $u = x^2$ 로 치환한다. $du = 2x dx$ 이므로 $x dx = \frac{1}{2} du$ 이다.

KEY 2 적분구간도 함께 : $x : 0 \rightarrow 1$ 이면 $u : 0 \rightarrow 1$ 이다.

STEP 1. 치환한다.

$$\int_0^1 x e^{x^2} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 e^u du$$

STEP 2. 계산한다.

$$\frac{1}{2} [e^u]_0^1 = \frac{e-1}{2}$$

25. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = t + \frac{1}{t}, \quad y = t - \frac{1}{t} \quad (t > 0) \text{ KEY 1}$$

에서 $t = 2$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? INSIGHT [3점]

- ① $\frac{3}{5}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

정답 ⑤

문항출처 2026학년도 수능 미적분 27번 · 2027학년도 6월 평가원 미적분 27번 (매개변수로 나타낸 함수의 미분) 변형
 학습 목표 [미적분] 매개변수로 나타낸 함수를 미분할 수 있다.

KEY 1 매개변수로 나타낸 함수의 미분법 : $\frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt}$ (단, $\frac{dx}{dt} \neq 0$)

INSIGHT t 를 소거해 x, y 사이의 관계식을 만들 필요가 없다. 각각 미분해 나누면 끝난다.

STEP 1. 각각 미분한다.

$$\frac{dx}{dt} = 1 - \frac{1}{t^2}, \quad \frac{dy}{dt} = 1 + \frac{1}{t^2}$$

STEP 2. $t = 2$ 를 대입한다.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1 + \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{5/4}{3/4} = \frac{5}{3}$$

26. 첫째항이 a 이고 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 6^{\text{KEY1}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 = 12^{\text{KEY2}}$$

일 때, a 의 값은? ^{INSIGHT} (단, $a \neq 0$ 이다.) [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

정답 ④

문항출처 2026학년도 수능 미적분 29번 (급수) 을 등비급수로 변형

학습 목표 [미적분] 등비급수의 뜻을 알고, 그 합을 구할 수 있다.

KEY 1 등비급수의 합 : 첫째항이 a , 공비가 r 인 등비급수는 $|r| < 1$ 일 때 $\frac{a}{1-r}$ 로 수렴한다.

KEY 2 제공한 수열도 등비수열 : $\{a_n^2\}$ 은 첫째항이 a^2 , 공비가 r^2 인 등비수열이다.

KEY 3 분모를 쪼갠다 : $1-r^2 = (1-r)(1+r)$ 로 쪼개면 앞의 급수를 그대로 재사용할 수 있다.

INSIGHT 두 식을 연립해 이차방정식을 풀 필요가 없다. $1-r^2 = (1-r)(1+r)$ 로 쪼개어 둘째 식을 첫째 식으로 나누면 $\frac{a}{1+r}$ 의 값이 나오므로, 일차식 두 개를 연립하면 된다.

STEP 1. 두 급수를 식으로 쓴다.

두 급수가 모두 수렴하므로 $|r| < 1$ 이고, $\frac{a}{1-r} = 6$, $\frac{a^2}{1-r^2} = 12$ 이다.

STEP 2. 분모를 쪼개 앞의 식을 재사용한다.

$\frac{a^2}{1-r^2} = \frac{a}{1-r} \times \frac{a}{1+r} = 6 \times \frac{a}{1+r} = 12$ 이므로 $\frac{a}{1+r} = 2$ 이다.

STEP 3. 두 일차식을 연립한다.

$a = 6(1-r)$ 이고 $a = 2(1+r)$ 이므로 $6-6r = 2+2r$ 에서 $r = \frac{1}{2}$ 이다.

STEP 4. 구하는 값을 계산한다.

구하는 값은 $a = 6 \left(1 - \frac{1}{2}\right) = 3$ 이다.

27. 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능한 함수 $f(x)$ 가

$$f(1) = 2, \quad f(2) = 3, \quad f'(1) = 3, \quad f'(2) = 2^{\text{INSIGHT}}$$

를 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때^{KEY1},

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)g(5-x) - 2}{x-2}^{\text{KEY2}}$$

의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

정답 ①

문항출처 2025학년도 수능 미적분 27번 · 2026학년도 9월 평가원 미적분 27번 (역함수의 미분법) 변형

학습 목표 [미적분] 음함수와 역함수를 미분할 수 있다.

KEY 1 역함수의 미분법 : $g'(k) = \frac{1}{f'(g(k))}$

KEY 2 미분계수의 정의 : 분모가 $x - 2$ 이고 분자가 $h(x) - h(2)$ 꼴이면 그 극한은 곧 $h'(2)$ 이다.

KEY 3 합성함수의 미분법 : $g(5-x)$ 를 미분하면 $-g'(5-x)$ 가 된다.

INSIGHT $h(x) = g(x)g(5-x)$ 로 놓고 $h(2) = g(2)g(3) = 2$ 임을 확인하면, 주어진 극한은 $h'(2)$ 이다.

STEP 1. 함숫값을 옮긴다.

$$f(1) = 2 \text{ 에서 } g(2) = 1, \quad f(2) = 3 \text{ 에서 } g(3) = 2 \quad \Rightarrow \quad h(2) = 1 \times 2 = 2$$

STEP 2. 미분계수를 구한다.

$$g'(2) = \frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{3}, \quad g'(3) = \frac{1}{f'(2)} = \frac{1}{2}$$

STEP 3. $h'(2)$ 를 계산한다.

$$h'(x) = g'(x)g(5-x) - g(x)g'(5-x) \text{ 이므로 } h'(2) = \frac{1}{3} \times 2 - 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

28. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$ 와 두 상수 a, b 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\left((f(x))^2 + 1 \right) e^{f(x)} = 1 + \int_0^x (t^2 + at + b) e^t dt$$

를 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 의 치역은 실수 전체의 집합이고

$$f''(0) = 0, \quad f'(0) > 0$$

일 때, $a + b$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

정답 ③

문항출처 2026학년도 6월 평가원 미적분 28번 (정적분 항등식에서 상수 결정) 변형

학습 목표 [미적분] 부분적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. · 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다.

KEY 1 좌변을 한 함수로 : $H(u) = (u^2 + 1)e^u$ 라 하면 $H'(u) = e^u(u + 1)^2 \geq 0$ 이므로 H 는 증가하고 치역은 $(0, \infty)$ 이다.

KEY 2 우변이 가까워지는 값 : 우변을 정리하면 $e^x Q(x) + (a - b - 1)$ 꼴이고 $x \rightarrow -\infty$ 에서 $e^x Q(x) \rightarrow 0$ 이다. 좌변의 치역이 $(0, \infty)$ 라는 것은 우변이 언제나 양수이면서 0에 한없이 가까워질 수 있어야 한다는 뜻이다.

KEY 3 두 번 미분 : $f''(0) = 0$ 을 쓰기 위해 양변을 두 번 미분한다.

INSIGHT f 의 치역이 실수 전체이므로 좌변의 치역은 $(0, \infty)$ 이다. 우변의 치역도 이와 같아야 하므로 우변이 가까워지는 값은 0이고, 여기서 a 와 b 의 관계가 나온다. 나머지는 $x = 0$ 에서의 값으로 정한다.

STEP 1. 우변을 정리한다.

$$\int (t^2 + at + b) e^t dt = e^t \{ t^2 + (a - 2)t + b - a + 2 \} + C \text{ 이므로 우변} = e^x Q(x) + (a - b - 1), \quad Q(x) = x^2 + (a - 2)x + (b - a + 2)$$

STEP 2. 치역을 맞춘다.

좌변은 언제나 양수이므로 우변도 언제나 양수이고, 좌변의 치역이 $(0, \infty)$ 이므로 우변은 0에 한없이 가까워질 수 있어야 한다. 한편 $x \rightarrow -\infty$ 에서 $e^x Q(x) \rightarrow 0$ 이므로 우변은 $a - b - 1$ 에 한없이 가까워진다.

(1) $a - b - 1 < 0$ 이면 x 가 충분히 작을 때 우변이 음수가 되어, 우변이 언제나 양수라는 것과 어긋난다.

(2) $a - b - 1 > 0$ 이라 하자. x 가 충분히 작으면 우변은 $\frac{a - b - 1}{2}$ 보다 크고, x 가 충분히 크면 우변은 $a - b - 1$ 보다 크다. 그러므로 우변이 0에 가까워질 수 있는 자리는 어떤 닫힌구간 안뿐인데, 닫힌구간에서 연속인 함수는 최솟값을 가지고 그 최솟값은 양수이다. 그러면 우변은 어떤 양수보다 작아질 수 없어 0에 한없이 가까워지지 못한다.

따라서 $a - b - 1 = 0$, 즉 $a = b + 1$ 이다.

STEP 3. $x = 0$ 을 대입한다.

$$H(f(0)) = 1 = H(0) \text{ 이고 } H \text{가 증가하므로 } f(0) = 0$$

STEP 4. 한 번 미분한다.

$$e^{f(x)} (f(x) + 1)^2 f'(x) = (x^2 + ax + b) e^x \text{에 } x = 0 \text{을 넣으면 } f'(0) = b$$

STEP 5. 한 번 더 미분한다.

$x = 0$ 에서 $3\{f'(0)\}^2 + f''(0) = a + b$ 이고 $f''(0) = 0$ 이므로 $3b^2 = a + b$

STEP 6. 연립한다.

$3b^2 = 2b + 1$ 에서 $(3b + 1)(b - 1) = 0$ 이고 $f'(0) = b > 0$ 이므로 $b = 1, a = 2, \quad a + b = 3$

29. 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \int_0^\pi \left| \sin x - \sin \frac{n\pi}{2} \right| dx$$

라 할 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{4n} k(a_k - a_{k+2})$$

의 값을 구하시오. [4점]

정답 8

문항출처 2027학년도 6월 평가원 미적분 29번 · 2026학년도 6월 평가원 미적분 29번 (주기를 갖는 수열의 급수) 결합

학습 목표 [미적분] 수열의 극한에 대한 기본 성질을 이해하고, 이를 이용하여 극한값을 구할 수 있다. · 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다.

KEY 1 $\sin \frac{n\pi}{2}$ 의 값 : n 을 4 로 나눈 나머지가 1, 2, 3, 0 일 때 각각 1, 0, -1 , 0 이다.

KEY 2 절댓값 적분 : $\sin \frac{n\pi}{2}$ 는 1, 0, -1 중 하나이고 $0 \leq x \leq \pi$ 에서 $\sin x \geq 0$ 이므로, 세 경우 모두 절댓값을 벗길 수 있다.

KEY 3 네 항씩 묶기 : $a_k - a_{k+2}$ 가 4 항마다 되풀이되므로 네 항을 한 묶음으로 본다.

INSIGHT 네 항을 한 묶음으로 더하면 j 가 사라지고 8 이라는 상수만 남는다.

STEP 1. a_n 을 네 경우로 구한다.

$$\begin{aligned} \text{나머지가 1 이면 } \int_0^\pi (1 - \sin x) dx &= \pi - 2, & \text{나머지가 3 이면 } \int_0^\pi (\sin x + 1) dx &= \pi + 2, & \text{나머지가 2 또는 0} \\ \text{이면 } \int_0^\pi \sin x dx &= 2 \end{aligned}$$

STEP 2. 차를 구한다.

$$\text{나머지가 1 이면 } a_k - a_{k+2} = (\pi - 2) - (\pi + 2) = -4, \quad \text{나머지가 3 이면 } +4, \quad \text{나머지가 2 또는 0 이면 } 0$$

STEP 3. 네 항씩 묶는다.

$$\sum_{k=4j+1}^{4j+4} k(a_k - a_{k+2}) = -4(4j+1) + 4(4j+3) = 8 \text{ 로 } j \text{ 가 사라진다.}$$

STEP 4. 극한을 구한다.

$$\text{묶음이 } n \text{ 개이므로 합은 } 8n \text{ 이고, } \frac{8n}{n} = 8$$

30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ ^{INSIGHT} 와 두 실수 a, b ($a < b$) 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+|f(x)|)}{(e^x - e^a)(x-b)^{\text{KEY2}}} & (x \neq a, x \neq b) \\ 0 & (x = a \text{ 또는 } x = b) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $e^{2a} + e^{2b}$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

(나) 함수 $g(x)$ 는 $x = a, x = b$ 에서 미분가능하고

$$g'(a) + g'(b) = \frac{(\ln 3)^2}{2} - \ln 3,$$

$$g'(a)g'(b) = -\frac{(\ln 3)^3}{2}$$

이다.

정답 10

문항출처 2026학년도 6월 평가원 미적분 30번 (지수·로그가 결합된 함수의 미분가능 조건) · 2027학년도 6월 평가원 미적분 30번 결합

학습 목표 [미적분] 지수함수와 로그함수의 극한을 구할 수 있다. · [수학II] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.

KEY 1 $\ln(1+t)$ 의 극한 : $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(1+t)}{t} = 1$ 이므로 $\ln(1+|f|)$ 는 극한에서 $|f|$ 로 바꾸어 보아도 같다.

KEY 2 연속 조건과 중근 : 분모가 $(x-a)$ 를 인수로 하나만 가지므로, 극한이 0 이 되려면 분자가 $(x-a)^2$ 을 인수로 가져야 한다.

KEY 3 두 미분계수의 부호 : $a < b$ 이므로 $g'(a) < 0 < g'(b)$ 이고, 합과 곱에서 어느 값이 어느 쪽인지 정해진다.

KEY 4 증가하면 값이 하나 : $\frac{e^d - 1}{d}$ 는 $d > 0$ 에서 증가하므로 d 가 하나로 정해진다.

INSIGHT 연속 조건 두 개가 f 를 $(x-a)^2(x-b)^2$ 로 확정한다. 그러면 두 미분계수가 a, b 만의 식이 되고, 합과 곱이 주어졌으니 이차방정식 하나로 둘을 분리할 수 있다.

STEP 1. f 를 확정한다.

$x = a$ 에서 연속하려면 f 가 $(x-a)^2$ 을 인수로 가져야 하고 $x = b$ 에서도 마찬가지이므로, 최고차항의 계수가 1인 사차함수는 $f(x) = (x-a)^2(x-b)^2$ 이다. 이때 $f \geq 0$ 이므로 $|f| = f$

STEP 2. 두 미분계수를 구한다.

$$g'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln \{1 + (x-a)^2(x-b)^2\}}{(e^x - e^a)(x-b)(x-a)} = (a-b)e^{-a}, \quad \text{같은 방법으로 } g'(b) = \frac{(b-a)^2}{e^b - e^a}$$

STEP 3. 합과 곱에서 둘을 분리한다.

$$L = \ln 3 \text{ 이라 하면 두 값은 } t^2 - \left(\frac{L^2}{2} - L\right)t - \frac{L^3}{2} = 0 \text{ 의 두 근 } -L \text{ 과 } \frac{L^2}{2} \text{ 이다. 부호에서 } g'(a) = -L, g'(b) = \frac{L^2}{2}$$

STEP 4. $d = b - a$ 를 구한다.

첫 식에서 $de^{-a} = L$, 즉 $e^a = \frac{d}{L}$ 이고, 이를 둘째 식에 넣으면 $\frac{e^d - 1}{d} = \frac{2}{L}$ 이다. 좌변이 증가하고 $d = L$ 이 이를 만족시키므로 $d = \ln 3$

STEP 5. 구하는 값을 계산한다.

$$e^a = \frac{\ln 3}{\ln 3} = 1 \text{ 이므로 } a = 0, b = \ln 3, \quad e^{2a} + e^{2b} = 1 + 9 = 10$$

선택과목 (기하)

23. 좌표공간의 두 점 $A(2, -1, 3)$, $B(-4, 5, 6)$ 에 대하여
선분 AB 를 2 : 1 로 내분하는 점^{KEY2}의 z 좌표는?^{INSIGHT} [2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

정답 ③

문항출처 2027학년도 6월 평가원 기하 23번 (벡터의 성분) 을 공간좌표로 변형
학습 목표 [기하] 좌표공간에서 선분의 내분점과 외분점의 좌표를 구할 수 있다.

KEY 1 공간좌표 : 공간의 점을 좌표로 옮겨 읽는다.

KEY 2 내분점 : 비를 먼저 판정하고 좌표를 대입한다.

INSIGHT 묻는 것이 z 좌표 하나뿐이므로 세 좌표를 모두 구할 이유가 없다.

STEP 1. 비를 확인한다.

구하는 점은 선분 AB 를 2 : 1 로 내분하는 점이다.

STEP 2. 묻는 좌표만 계산한다.

두 점 A, B 의 z 좌표가 각각 3, 6 이므로 구하는 값은 $\frac{1 \times 3 + 2 \times 6}{2 + 1} = \frac{15}{3} = 5$ 이다.

24. 초점이 F 인 포물선 $y^2 = 8x$ 위의 점 P 에 대하여 $\overline{PF} = 7$ 일 때, 점 P 의 x 좌표는? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

정답 ②

문항출처 2027학년도 6월 평가원 기하 24번 (포물선의 초점) · 2026학년도 5월 교육청 기하 26번 변형

학습 목표 [기하] 포물선의 뜻을 알고, 포물선의 방정식을 구할 수 있다.

KEY 1 정의부터 쓴다 : 이차곡선 문제는 정의를 식으로 옮겨 적는 데서 시작한다.

KEY 2 포물선의 정의 : 초점까지의 거리와 준선까지의 거리가 같다.

INSIGHT 초점의 좌표는 끝까지 쓰지 않는다. 정의를 옮겨 적으면 $\overline{PF}$ 가 x 좌표에 2 를 더한 값이 되어 한 줄로 끝난다.

STEP 1. 준선을 구한다.

$y^2 = 4px$ 에서 $4p = 8$ 이므로 $p = 2$ 이고, 준선은 직선 $x = -2$ 이다.

STEP 2. 정의를 옮겨 적는다.

점 P 의 x 좌표를 x 라 하면 점 P 에서 준선까지의 거리는 $x + 2$ 이므로, 포물선의 뜻에 의하여 $\overline{PF} = x + 2$ 이다.

STEP 3. 구하는 값을 계산한다.

$x + 2 = 7$ 이므로 구하는 값은 $x = 5$ 이다.

25. 두 벡터 $\vec{a} = (2, -1)$, $\vec{b} = (1, 3)$ 과 실수 t 에 대하여

$|\vec{a} + t\vec{b}|$ ^{KEY 1}의 최솟값은? ^{KEY 3} [3점]

- ① $\frac{\sqrt{10}}{2}$ ② $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ ③ $\frac{7\sqrt{10}}{10}$ ④ $\frac{4\sqrt{10}}{5}$ ⑤ $\frac{9\sqrt{10}}{10}$

정답 ③

문항출처 2027학년도 6월 평가원 기하 25번 (직선의 방향벡터) · 2026학년도 5월 교육청 기하 24번 변형

학습 목표 [기하] 위치벡터의 뜻을 알고, 평면벡터와 좌표의 대응을 이해한다. · 좌표평면에서 벡터를 이용하여 직선과 원의 방정식을 구할 수 있다.

KEY 1 위치를 벡터로 쓴다 : $\vec{a} + t\vec{b}$ 를 한 점의 위치벡터로 읽는다.

KEY 2 직선의 뜻 : 한 점과 방향벡터, 또는 한 점과 직선에 수직인 벡터가 주어지면 직선이 정해진다.

KEY 3 벡터의 크기 : 선분의 길이로 읽는다. 점이 직선 위를 움직이면 점과 직선 사이의 거리가 곧 최솟값이다.

INSIGHT t 가 하나 붙어 있으면 그 점은 직선 위를 움직인다. 제공해서 이차식으로 정리해도 되지만, 직선으로 읽으면 점과 직선 사이의 거리 한 줄로 끝난다.

STEP 1. 직선으로 읽는다.

$\vec{a} + t\vec{b}$ 는 점 $(2, -1)$ 을 지나고 방향벡터가 $\vec{b} = (1, 3)$ 인 직선 위의 점의 위치벡터이다.

STEP 2. 직선의 방정식을 쓴다.

방향벡터가 $(1, 3)$ 이므로 벡터 $(3, -1)$ 은 이 직선에 수직이다. 따라서 이 직선의 방정식은 $3(x-2) - (y+1) = 0$, 즉 $3x - y - 7 = 0$ 이다.

STEP 3. 원점에서의 거리를 구한다.

$|\vec{a} + t\vec{b}|$ 는 원점과 그 점 사이의 거리이므로 최솟값은 원점과 이 직선 사이의 거리이다. 따라서 구하는 값은

$$\frac{|-7|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{7}{\sqrt{10}} = \frac{7\sqrt{10}}{10}$$

이다.

[다른 풀이] 성분으로 나타내 이차함수로 본다

직선으로 읽지 못했을 때 쓰는 방법이다.

STEP 1. 성분으로 쓴다.

$\vec{a} + t\vec{b} = (2+t, 3t-1)$ 이다.

STEP 2. 제곱을 정리한다.

$|\vec{a} + t\vec{b}|^2 = (2+t)^2 + (3t-1)^2 = 10t^2 - 2t + 5 = 10\left(t - \frac{1}{10}\right)^2 + \frac{49}{10}$ 이다.

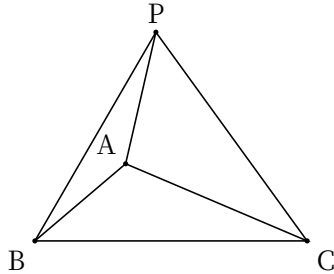
STEP 3. 최솟값을 구한다.

$t = \frac{1}{10}$ 일 때 최소이므로 구하는 값은 $\sqrt{\frac{49}{10}} = \frac{7\sqrt{10}}{10}$ 이다.

26. 그림과 같이 한 변의 길이가 6 인 정삼각형 ABC ^{INSIGHT}를 밑면으로 하고

$$\overline{PA} = \overline{PB} = \overline{PC} = 6^{\text{KEY 1}}$$

인 사면체 $PABC$ 가 있다. 삼각형 PBC 의 평면 ABC 위로의 정사영의 넓이 ^{KEY 3}는? [3점]



- ① $3\sqrt{3}$ ② $\frac{7\sqrt{3}}{2}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

정답 ①

문항출처 2026학년도 7월 교육청 기하 27번 (정사영의 넓이) 변형

학습 목표 [기하] 정사영의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.

KEY 1 꼭짓점에서 내린 수선의 발 : 옆모서리의 길이가 모두 같으면 수선의 발은 밑면의 외심이다.

KEY 2 정사영의 뜻 : 각 점에서 내린 수선의 발이 모여 만드는 도형이다.

KEY 3 정사영의 넓이 : $\cos \theta$ 를 구하기 전에, 정사영이 어느 도형인지부터 확인한다.

INSIGHT 이면각을 구할 필요가 없다. 정사영이 어느 삼각형인지 알면 넓이의 비로 끝난다.

STEP 1. 수선의 발을 찾는다.

$\overline{PA} = \overline{PB} = \overline{PC}$ 이므로 점 P 에서 평면 ABC 에 내린 수선의 발 H 는 삼각형 ABC 의 외심이다. 삼각형 ABC 가 정삼각형이므로 H 는 무게중심이기도 하다.

STEP 2. 정사영이 어느 도형인지 확인한다.

세 점 P, B, C 에서 평면 ABC 에 내린 수선의 발이 각각 H, B, C 이므로, 삼각형 PBC 의 평면 ABC 위로의 정사영은 삼각형 HBC 이다.

STEP 3. 넓이를 구한다.

H 가 무게중심이므로 삼각형 HBC 의 넓이는 삼각형 ABC 의 넓이의 $\frac{1}{3}$ 이다. 따라서 구하는 값은 $\frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 3\sqrt{3}$ 이다.

[다른 풀이] 이면각을 구해 (넓이) $\times \cos \theta$ 로 구한다

정사영이 어느 삼각형인지 보이지 않을 때 쓰는 방법이다.

STEP 1. 삼각형 PBC 의 넓이를 구한다.

$\overline{PB} = \overline{PC} = \overline{BC} = 6$ 이므로 삼각형 PBC 는 한 변이 6 인 정삼각형이고, 그 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4} \times 36 = 9\sqrt{3}$ 이다.

STEP 2. 이면각을 구한다.

$\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하면 $\overline{PM} \perp \overline{BC}$, $\overline{AM} \perp \overline{BC}$ 이므로 두 평면이 이루는 각은 $\angle PMA$ 이고, 그 크기를 θ 라 하자. $\overline{PM} = 3\sqrt{3}$ 이고 H 가 무게중심이므로 $\overline{HM} = \frac{1}{3}\overline{AM} = \sqrt{3}$ 이다. 따라서 $\cos \theta = \frac{\overline{HM}}{\overline{PM}} = \frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$ 이다.

STEP 3. 정사영의 넓이를 구한다.

구하는 값은 $9\sqrt{3} \times \frac{1}{3} = 3\sqrt{3}$ 이다.

27. 쌍곡선

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1 \text{ KEY 2}$$

의 두 초점을 F, F' 이라 하자. 이 쌍곡선 위의 점 P 가

$$\overline{PF} \times \overline{PF'} = 32 \text{ KEY 3}$$

를 만족시킬 때, 삼각형 PFF' 의 넓이는? INSIGHT [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

정답 ⑤

문항출처 2026학년도 수능 기하 26번 (쌍곡선) · 2027학년도 6월 평가원 기하 28번 (두 초점과 곡선 위의 점이 이루는 삼각형의 넓이) 결합

학습 목표 [기하] 쌍곡선의 뜻을 알고, 쌍곡선의 방정식을 구할 수 있다.

KEY 1 정의부터 쓴다 : 이차곡선 문제는 정의를 식으로 옮겨 적는 데서 시작한다.

KEY 2 쌍곡선의 정의 : 두 초점까지의 거리의 차의 절댓값이 주축의 길이와 같다.

KEY 3 차와 곱 : 차와 곱을 알면 제곱의 합은 (차)² 에 (곱)의 2 배를 더한 값이다.

KEY 4 피타고라스 정리의 역 : 제곱의 합이 나머지 한 변의 제곱과 같으면 직각삼각형이다.

INSIGHT 두 거리를 각각 구할 필요가 없다. 차는 정의가 주고 곱은 문제가 주므로 제곱의 합이 나오고, 그 값이 $\overline{FF'}^2$ 과 같아 직각삼각형임이 드러난다.

STEP 1. 정의를 옮겨 적는다.

$a = 3, b = 4$ 이므로 $c^2 = 9 + 16 = 25$ 에서 $c = 5$ 이다. 쌍곡선의 뜻에 의하여 $|\overline{PF} - \overline{PF'}| = 2a = 6$ 이고, $\overline{FF'} = 2c = 10$ 이다.

STEP 2. 제곱의 합을 구한다.

$$\overline{PF}^2 + \overline{PF'}^2 = (\overline{PF} - \overline{PF'})^2 + 2\overline{PF} \times \overline{PF'} = 6^2 + 2 \times 32 = 100 \text{ 이다.}$$

STEP 3. 직각삼각형임을 본다.

$\overline{FF'}^2 = 10^2 = 100$ 이므로 $\overline{PF}^2 + \overline{PF'}^2 = \overline{FF'}^2$ 이고, 삼각형 PFF' 은 $\angle FPF' = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형이다.

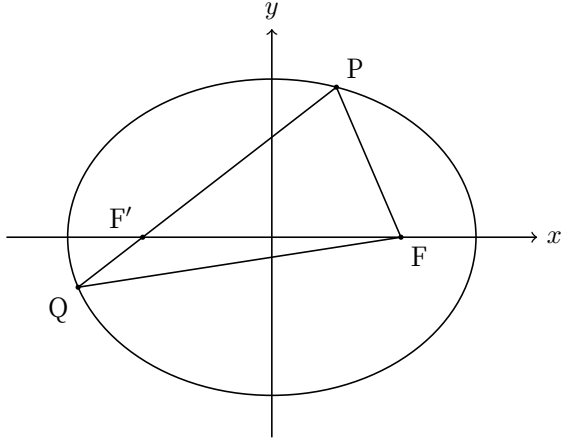
STEP 4. 넓이를 구한다.

구하는 값은 $\frac{1}{2} \times \overline{PF} \times \overline{PF'} = \frac{1}{2} \times 32 = 16$ 이다.

28. 그림과 같이 두 초점이 F, F' 인 타원 위의 두 점 P, Q 에 대하여 직선 PQ 가 점 F' 을 지나고^{INSIGHT}

$$\overline{PF'} = 3\overline{QF'}, \quad \overline{QF} = \overline{PQ}^{\text{KEY 3}}$$

이다. 삼각형 PFQ 의 둘레의 길이가 $20^{\text{KEY 2}}$ 일 때, 이 타원의 단축의 길이는? [4점]



- ① $2\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{13}$ ③ $2\sqrt{14}$ ④ $2\sqrt{15}$ ⑤ $4\sqrt{5}$

정답 ④

문항출처 2027학년도 6월 평가원 기하 28번 (한 초점을 지나는 현) · 2026학년도 수능 기하 29번 변형
학습 목표 [기하] 타원의 뜻을 알고, 타원의 방정식을 구할 수 있다.

KEY 1 정의부터 쓴다 : 이차곡선 문제는 정의를 식으로 옮겨 적는 데서 시작한다.

KEY 2 타원의 정의 : 두 초점까지의 거리의 합이 장축의 길이와 같다.

KEY 3 정의를 두 번 쓴다 : 현의 두 끝점에 각각 쓰면 둘레에서 $\overline{PF'}$ 과 $\overline{QF'}$ 이 지워진다.

KEY 4 코사인법칙 : 세 변을 알면 낱각이, 두 변과 낱각을 알면 나머지 한 변이 나온다.

INSIGHT 둘레가 주어졌으므로 두 끝점에 정의를 각각 쓴다. 그러면 $\overline{PF'}$ 과 $\overline{QF'}$ 이 지워져 장축이 먼저 나오고, 이어서 네 선분의 길이가 모두 정해진다. 삼각형 PFQ 의 세 변이 다 나오므로 낱각을 얻고, 그 각을 삼각형 $PF'F$ 에 그대로 옮기면 두 초점 사이의 거리가 나온다.

STEP 1. 정의를 두 번 써서 장축을 구한다.

타원의 장축의 길이를 $2a$, 단축의 길이를 $2b$ 하자. 타원의 뜻에 의하여 $\overline{PF} = 2a - \overline{PF'}$, $\overline{QF} = 2a - \overline{QF'}$ 이고, 직선 PQ 가 점 F' 을 지나므로 $\overline{PQ} = \overline{PF'} + \overline{QF'}$ 이다. 따라서 삼각형 PFQ 의 둘레의 길이는

$$\overline{PF} + \overline{QF} + \overline{PQ} = 4a = 20$$

이므로 $a = 5$ 이다.

STEP 2. 네 선분의 길이를 구한다.

$\overline{PF'} = 3\overline{QF'}$ 이므로 $\overline{PQ} = 4\overline{QF'}$ 이고, 조건에서 $\overline{QF} = \overline{PQ} = 4\overline{QF'}$ 이다. 타원의 뜻에 의하여 $\overline{QF} + \overline{QF'} = 10$ 이므로 $5\overline{QF'} = 10$ 에서 $\overline{QF'} = 2$ 이다. 따라서 $\overline{PF'} = 6$, $\overline{PQ} = \overline{QF} = 8$, $\overline{PF} = 10 - 6 = 4$ 이다.

STEP 3. 삼각형 PFQ 에서 각을 구한다.

세 변이 $\overline{PF} = 4$, $\overline{PQ} = 8$, $\overline{QF} = 8$ 이므로 코사인법칙에 의하여 $\cos \angle FPQ = \frac{16 + 64 - 64}{2 \times 4 \times 8} = \frac{1}{4}$ 이다.

STEP 4. 두 초점 사이의 거리를 구한다.

점 F' 이 선분 PQ 위에 있으므로 $\angle FPF' = \angle FPQ$ 이다. 삼각형 $PF'F$ 에서 코사인법칙에 의하여

$$\overline{FF'}^2 = 4^2 + 6^2 - 2 \times 4 \times 6 \times \frac{1}{4} = 40$$

이고, $\overline{FF'} = 2c$ 이므로 $c^2 = 10$ 이다.

STEP 5. 단축을 구한다.

$b^2 = a^2 - c^2 = 25 - 10 = 15$ 이므로 구하는 값은 $2b = 2\sqrt{15}$ 이다.

29. 평면 위에 $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 10$, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ INSIGHT 인 삼각형 ABC 가 있다. 이 평면 위의 점 P 가

$$\overrightarrow{AP} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = 14$$
 KEY 2

를 만족시키며 움직일 때, $\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{CP}$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

정답 17

문항출처 2027학년도 6월 평가원 기하 27번 (내적) · 30번 (내적의 최대·최소) 변형

학습 목표 [기하] 두 평면벡터의 내적의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다. · 좌표평면에서 벡터를 이용하여 직선과 원의 방정식을 구할 수 있다.

KEY 1 시점을 하나로 모은다 : 모든 벡터의 시점을 한 점으로 옮기면 식이 몇 개의 벡터로만 쓰인다.

KEY 2 내적의 뜻 : $\vec{p} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$ 가 상수이면 점 P 는 $\vec{b} + \vec{c}$ 에 수직인 직선 위에 있다.

KEY 3 직선의 뜻 : 한 점과 방향벡터, 또는 한 점과 직선에 수직인 벡터가 주어지면 직선이 정해진다.

KEY 4 벡터의 크기 : 선분의 길이로 읽는다. 점이 직선 위를 움직이면 점과 직선 사이의 거리가 곧 최솟값이다.

INSIGHT 조건에 나온 $\vec{b} + \vec{c}$ 가 목표식을 전개했을 때 그대로 다시 나온다. 그래서 목표식이 $|\vec{p}|^2$ 하나만 남는 꼴로 줄고, 점 A 에서 점 P 가 놓인 직선까지의 거리를 구하는 문제가 된다.

STEP 1. 시점을 모으고 두 상수를 구한다.

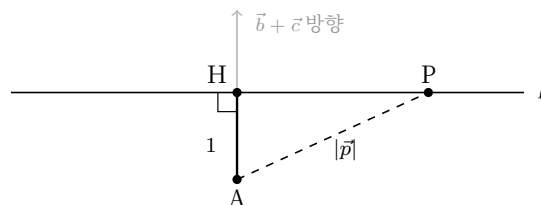
$\vec{b} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AC}$, $\vec{p} = \overrightarrow{AP}$ 라 하면 $\vec{b} \cdot \vec{c} = 6 \times 10 \times \cos \frac{\pi}{3} = 30$ 이고, $|\vec{b} + \vec{c}|^2 = 36 + 100 + 2 \times 30 = 196$ 이므로 $|\vec{b} + \vec{c}| = 14$ 이다.

STEP 2. 목표식을 줄인다.

$$\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{CP} = (\vec{p} - \vec{b}) \cdot (\vec{p} - \vec{c}) = |\vec{p}|^2 - \vec{p} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) + \vec{b} \cdot \vec{c} = |\vec{p}|^2 - 14 + 30 = |\vec{p}|^2 + 16 \text{ 이다.}$$

STEP 3. $|\vec{p}|$ 의 최솟값을 구한다.

$\vec{p} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = 14$ 가 상수이므로 점 P 는 $\vec{b} + \vec{c}$ 에 수직인 직선 위의 점이고, 점 A 에서 그 직선까지의 거리는 $\frac{14}{|\vec{b} + \vec{c}|} = \frac{14}{14} = 1$ 이다. 아래 그림에서 ℓ 이 그 직선이고 H 는 점 A 에서 ℓ 에 내린 수선의 발이다. 따라서 $|\vec{p}|$ 의 최솟값은 $\overline{AH} = 1$ 이다.



STEP 4. 구하는 값을 계산한다.

구하는 값은 $1 + 16 = 17$ 이다.

30. 좌표공간에 중심이 원점 O 이고 반지름의 길이가 6 인 구 S 가 있다. 구 S 위의 세 점 A, B, C 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\angle AOB = \frac{\pi}{3}$ 이고 삼각형 ABC 의 넓이는 $18\sqrt{2}$ 이다.
- (나) 평면 ABC 와 평면 OAB 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos \theta = \frac{\sqrt{6}}{3}$ 이다.
- (다) $\overline{AC} < \overline{BC}$

$\overline{BC}^2 - \overline{AC}^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

정답 36

문항출처 2026학년도 7월 교육청 기하 30번 (구 위의 점과 이면각) · 2026학년도 수능 기하 28번 변형

학습 목표 [기하] 삼수선의 정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다. · 정사영의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.

KEY 1 삼수선의 정리 : 밑면에서의 수직이 빗면의 수직으로 이어진다.

KEY 2 이면각 : 교선에 수직인 두 선분이 만드는 각이다.

KEY 3 정사영의 뜻 : 각 점에서 내린 수선의 발이 모여 만드는 도형이다.

KEY 4 정사영의 넓이 : $\cos \theta$ 를 구하기 전에, 정사영이 어느 도형인지부터 확인한다.

KEY 5 밑변을 공유한 두 삼각형 : 넓이의 비가 곧 높이의 비이다.

KEY 6 가능한 경우를 모두 그린다 : 점 H 가 둘 남는다는 것을 놓치면 부호가 반대인 답이 나올 수 있다.

INSIGHT 넓이와 이면각이 정사영의 넓이를 주고, 두 삼각형이 밑변 $\overline{AB} = 6$ 을 공유하므로 두 수선 $\overline{CM}$, $\overline{HM}$ 이 나온다. 그러면 $\overline{CH}$ 가 나오고 구의 반지름으로 $\overline{OH}$ 를 구한다. H 가 두 개 남는다는 것을 놓치면 부호가 반대인 답이 나올 수 있다. 조건 (다)의 부등호로 둘 중 하나를 고른다.

STEP 1. 밑면을 확인한다.

삼각형 OAB 는 한 변이 6 인 정삼각형이므로 $\overline{AB} = 6$ 이고, 점 O 에서 직선 AB 까지의 거리는 $3\sqrt{3}$ 이다.

STEP 2. 두 수선의 길이를 구한다.

점 C 에서 평면 OAB 에 내린 수선의 발을 H, 점 H 에서 직선 AB 에 내린 수선의 발을 M 이라 하면, 삼수선의 정리에 의하여 $\overline{CM} \perp \overline{AB}$ 이고 이면각의 크기는 $\angle CMH$ 이다. 세 점 A, B, C 에서 평면 OAB 에 내린 수선의 발이 각각 A, B, H 이므로 삼각형 ABC 의 평면 OAB 위로의 정사영은 삼각형 ABH 이고, 그 넓이는 $18\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{6}}{3} = 12\sqrt{3}$ 이다. 두 삼각형이 밑변 $\overline{AB} = 6$ 을 공유하므로

$$\frac{1}{2} \times 6 \times \overline{CM} = 18\sqrt{2}, \quad \frac{1}{2} \times 6 \times \overline{HM} = 12\sqrt{3}$$

에서 $\overline{CM} = 6\sqrt{2}$, $\overline{HM} = 4\sqrt{3}$ 이다.

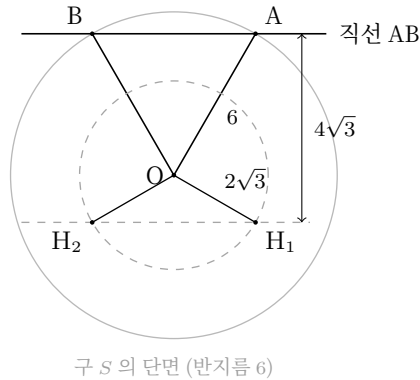
STEP 3. $\overline{CH}$ 와 $\overline{OH}$ 를 구한다.

$\overline{CH}^2 = \overline{CM}^2 - \overline{HM}^2 = 72 - 48 = 24$ 이고, $\overline{OC} = 6$ 이며 $\overline{CH}$ 가 평면 OAB 와 수직이므로 $\overline{OH}^2 = 36 - 24 = 12$ 이다.

STEP 4. H의 위치를 찾는다.

아래 그림은 구 S 를 평면 OAB 로 자른 단면이다. 점 H 는 평면 OAB 위에서 O 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 원 위에 있다. 이 원의 반지름은 점 O 에서 직선 AB 까지의 거리 $3\sqrt{3}$ 보다 짧아 직선 AB 와 만나지 않으므로, 점 H 는 언제나 O 와 같은 쪽에 있다. 이 원 위의 점에서 직선 AB 까지의 거리는 $\sqrt{3}$ 부터 $5\sqrt{3}$ 까지 변하고, 그 값이 $4\sqrt{3}$ 이 되는 점은 두 개이다.

$O(0, 0)$, $A(6, 0)$, $B(3, 3\sqrt{3})$ 로 좌표를 잡으면 직선 AB 는 $\sqrt{3}x + y = 6\sqrt{3}$ 이고, $x^2 + y^2 = 12$ 와 $\sqrt{3}x + y = -2\sqrt{3}$ 을 연립하여 $H(0, -2\sqrt{3})$ 또는 $H(-3, \sqrt{3})$ 을 얻는다. 아래 그림의 H_1, H_2 가 각각 이 두 점이다. (반대쪽인 $\sqrt{3}x + y = 14\sqrt{3}$ 은 이 원과 만나지 않는다.)

**STEP 5. 부등호로 하나를 고른다.**

$\overline{CH}$ 가 평면과 수직이므로 $\overline{BC}^2 - \overline{AC}^2 = \overline{BH}^2 - \overline{AH}^2$ 이다.

$H(0, -2\sqrt{3}) : \overline{AH}^2 = 48, \overline{BH}^2 = 84$ 이므로 $\overline{AC} < \overline{BC} \checkmark$

$H(-3, \sqrt{3}) : \overline{AH}^2 = 84, \overline{BH}^2 = 48$ 이므로 조건에 어긋난다.

STEP 6. 구하는 값을 계산한다.

구하는 값은 $84 - 48 = 36$ 이다.